VIÐAUKI

Kennitölur hlutabréfa
- Markaðsvirði hlutafjár
- Arðsemishlutföll
- Rekstrarhlutföll
- Efnahagshlutföll

Formúlur
- Vaxtaútreikningur
- Framtíðarvirði
- Ávöxtunarkrafa – samband verðs og vaxta
- Núvirði
- Skuldabréf
- Mælikvarðar á verðnæmi
- Dagareglur
- Afleiður
- Ýmsir tölfræðilegir útreikningar

Vaxtatöflur
- Tafla 1 – Núvirði
- Tafla 2 – Núvirði greiðsluraðar
- Tafla 3 – Framtíðarvirði
- Tafla 4 – Framtíðarvirði greiðsluraðar
- Tafla 5 – Reglulegur sparnaður – framreiknistuðlar
- Tafla 6 – Hvað þarf að eiga mikið til að fá 100.000 kr. á mánuði í X ár m.v. mismunandi forsendur um vexti á ári?

Hlutabréfa- og skuldabréfavísitölur

Nokkrar áhugaverðar fjármálavefsíður

Kennitölur hlutabréfa

Markaðsvirði hlutafjár

V/H hlutfall

(e. *P/E, Price to earnings ratio*)

V/H er hlutfallið á milli markaðsvirðis félags og hagnaðar eftir skatta. Hlutfallið er algengasti mælikvarðinn á verð hlutabréfa. Það segir til um hvað það verð sem fjárfestar eru tilbúnir til að greiða fyrir hlutabréf félagsins jafngildir margra ára hagnaði. Ef hlutfallið er hátt getur það bent til þess að fjárfestar telji að hagnaður félagsins eigi eftir að aukast umtalsvert á næstu árum. Eins er hlutfallið hátt ef hagnaður félagsins var lítill á því tímabili sem til skoðunar er. Hafi félagið skilað tapi á tímabilinu er V/H hlutfallið neikvætt og því merkingarlaust.

$$\text{V/H} = \frac{\text{Markaðsvirði}}{\text{Hagnaður}}$$

Dæmi: Hlutabréf Fyrirtækisins hf. eru skráð í kauphöll og er markaðsvirði þeirra 9.600 m.kr. Hagnaður félagsins á síðasta ári var 800 m.kr. V/H gildi félagsins er því 12 (9.600/800). Í ár er gert ráð fyrir að hagnaður eftir skatta nemi 900 m.kr. og er vænt V/H fyrir árið í ár því 10,7 (9.600/900).

V/I hlutfall

(e. *Price to book ratio, Q-ratio*)

V/I er hlutfallið á milli markaðsvirðis félags og eigin fjár þess. Kennitalan ber því saman markaðsvirði hlutabréfa félagsins og virði þeirra samkvæmt efnahagsreikningi. Ef hlutfallið er hátt eru fjárfestar tilbúnir að borga hátt verð fyrir hlutabréfin samanborið við bókfært verðmæti þeirra. Fjárfestar telja þá að eignir félagsins séu vanmetnar samkvæmt bókhaldi. Það getur til dæmis átt við ef félagið á verðmæt hugverk sem ekki eru eignfærð í bókhaldi eða verðmætar eignir sem hafa að mestu verið afskrifaðar. Ef hlutfallið er lægra en einn telja fjárfestar að eignir félagsins séu ofmetnar samkvæmt bókhaldi eða illa nýttar til verðmætasköpunar.

$$\text{V/I} = \frac{\text{Markaðsvirði}}{\text{Eigið fé}}$$

Dæmi: Markaðsvirði Fyrirtækisins hf. er 9.600 m.kr. Samkvæmt síðasta uppgjöri félagsins er eigið fé þess 8.000 m.kr. og er V/I hlutfallið því 1,2 (9.600/8.000).

A/V hlutfall

(e. *Dividend yield*)

A/V er hlutfallið á milli arðgreiðslu félags og markaðsvirðis þess. Arðsöm félög, og sérstaklega þau sem eru í hægum vexti, greiða jafnan út hærri arð en t.d. yngri félög í örum vexti sem oft greiða hluthöfum sínum engan arð.

$$\text{A/V} = \frac{\text{Arðgreiðsla}}{\text{Markaðsvirði}}$$

Dæmi: Á síðasta aðalfundi Fyrirtækisins hf. var tillaga stjórnar um að greiða hluthöfum 10% arð af nafnverði hlutafjár samþykkt. Nemur hlutafé félagsins 2.000 m.kr. og er arðgreiðslan í heild því 200 m.kr. Markaðsvirði félagsins er 9.600 m.kr. og því er A/V hlutfallið 2,08% (200/9.600). Hagnaður síðasta árs var 800 m.kr. og því greiðir félagið um fjórðung hagnaðarins út í arð.

EV/EBITDA

EV stendur fyrir „Enterprise value“ og er markaðsverðmæti félags að viðbættum vaxtaberandi skuldum en að frádregnum vaxtaberandi veltufjármunum. EV er því mælikvarði á heildarverðmæti starfsemi félagsins. EBITDA (e. Earnings Before Interest, Taxes, Depreciation and Amortization) er hagnaður fyrir fjármagnsliði, skatta, afskriftir fastafjármuna og afskriftir óefnislegra eigna. Venjulega er talað um hagnað fyrir afskriftir. EV/EBITDA hlutfallið er þannig mælikvarði á það hverju rekstur félagsins skilar til ráðstöfunar til lánardrottna og eigenda.

$$\text{EV/EBITDA} = \frac{(\text{Markaðsverðmæti} + \text{vaxtaberandi skuldir} - \text{vaxtaberandi veltufjármunir})}{\text{Hagnaður fyrir afskriftir}}$$

Dæmi: Markaðsvirði Fyrirtækisins hf. er 9.600 m.kr. Í uppgjörum íslenskra fyrirtækja er venjulega ekki gefið upp hve stór hluti skulda og eigna er vaxtaberandi og því er nauðsynlegt að leggja mat á það við útreikning á kennitölunni. Auk langtímalána og skammtímaskulda við lánastofnanir getur hluti af öðrum skammtímaskuldum verið vaxtaberandi. Að sama skapi getur hluti af veltufjármunum, til viðbótar við handbært fé og skammtímaverðbréf, verið vaxtaberandi. Ef við metum að vaxtaberandi skuldir Fyrirtækisins hf. séu 7.000, vaxtaberandi veltufjármunir 2.000 og EBITDA 1.600 er EV/EBITDA 9,1 ((9.600 + 7.000 – 2.000)/1.600).

Veltuhraði hlutabréfs

Veltuhraði hlutabréfs er hlutfall sem setur heildarveltu með viðkomandi hlutabréf í kauphöll í samhengi við markaðsvirði félagsins. Hlutfallið segir til um hve hátt hlutfall markaðsvirðis hlutabréfa í fyrirtækinu skiptir um hendur á ákveðnu tímabili en venja er að miða við 12 mánaða viðskipti. Ef hlutfallið er hátt er það vísbending um að seljanleiki hlutabréfa félagsins sé góður, þ.e. að fjárfestum gangi vel að selja bréf sín þegar þeir svo kjósa. Hins vegar, ef mikil velta með hlutabréf félagsins stafar fyrst og fremst af fáum stórum viðskiptum, getur hár veltuhraði ranglega gefið vísbendingu um að seljanleiki bréfanna sé góður. Fjöldi hluthafa í félaginu getur einnig skipt miklu máli um seljanleika hlutabréfanna en markaður með hlutabréf er jafnan virkari eftir því sem hluthafar eru fleiri.

$$\text{Veltuhraði} = \frac{\text{Heildarvelta með hlutabréf félagsins}}{\text{Markaðsvirði}}$$

Dæmi: Á síðustu 12 mánuðum hefur velta með hlutabréf Fyrirtækisins hf. í kauphöll numið 6.530 m.kr. Markaðsvirði félagsins er nú 9.600 m.kr. Veltuhraði bréfanna er því 68% (6.530/9.600).

PEG hlutfall

(e. *PEG ratio*)

PEG hlutfallið er V/H deilt með vexti hagnaðar milli ára. Almennt séð bendir lægra PEG hlutfall til hagstæðara verðs hlutabréfa því bæði lágt V/H hlutfall og mikill vöxtur hagnaðar stuðlar að lágu PEG hlutfalli.

$$\text{PEG} = \frac{\text{V/H}}{\text{Vöxtur hagnaðar milli ára (prósentustig)}}$$

Dæmi: Markaðsvirði Fyrirtækisins hf. er 9.600 m.kr. og hagnaður síðasta árs 800 m.kr. V/H hlutfall Fyrirtækisins hf. er því 12. Árið á undan var hagnaður Fyrirtækisins hf. 700 m.kr. og jókst hagnaður milli ára því um 14%. PEG hlutfall Fyrirtækisins hf. er því 0,86 (12/14).

Arðsemishlutföll

Arðsemi eigin fjár

(e. *ROE, Return on equity*)
Arðsemi eigin fjár segir til um það hvernig fyrirtæki tekst að ávaxta það fjármagn sem í því er bundið. Því hærri sem arðsemi eigin fjár reynist, þess betri er afkoma fyrirtækisins í hlutfalli við það fjármagn sem eigendur hafa bundið í því. Þó er varasamt að draga of sterkar ályktanir af arðsemi eigin fjár þegar eigið fé er lágt í samanburði við umfang rekstrarins. Eins geta mismunandi bókhaldsaðferðir, s.s. meðferð viðskiptavildar, haft áhrif á reiknaða arðsemi.

$$\text{Arðsemi eigin fjár} = \frac{\text{Hagnaður}}{\text{Eigið fé}}$$

Ýmist er notast við eigið fé í upphafi árs eða meðalstöðu eigin fjár á tímabilinu og þá þekkist að hagnaður tímabilsins sé dreginn frá stöðu eigin fjár í lok tímabilsins áður en meðalstaða er fundin.

Dæmi: Hagnaður Fyrirtækisins hf. eftir skatta var 60 m.kr. árið 2002 og eigið fé þess í upphafi árs var 500 m. kr. en 560 m.kr. í lok árs. Arðsemi eigin fjár Fyrirtækisins hf. er því 11,3% (60 / (1/2*(560 + 500))).

$$\text{Raunarðsemi eigin fjár} = \frac{\textit{Hagnaður}}{\textit{Eigið fé} * \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}}$$

Dæmi: Vísitala neysluverðs í upphafi árs var 220 stig en 230 í lok árs. Raunarðsemi eigin fjár reiknast svo:

$$\text{Raunarðsemi} = \frac{60}{\left(\frac{560+500}{2}\right) * \sqrt{\frac{230}{220}}} = 11{,}1\%$$

Niðurstöðu um arðsemi er síðan hægt að bera saman við ávöxtun annarra fjárfestinga eða arðsemi annarra fyrirtækja. Fjárfestar sækjast almennt eftir hárri og vaxandi arðsemi fyrirtækja.

Arðsemi heildareigna

(e. *ROA, Return on assets*)

Arðsemi heildareigna segir til um það hvernig fyrirtæki tekst til við ávöxtun þeirra eigna sem í því eru bundnar án tillits til fjármögnunar þeirra. Því hærri sem arðsemi heildareigna reynist, þess betri er afkoma fyrirtækisins í hlutfalli við þær eignir sem í því eru bundnar. Rétt er að hafa í huga að mismunandi bókhaldsaðferðir, s.s. meðferð viðskiptavildar, geta haft áhrif á reiknaða arðsemi heildareigna.

$$\text{Arðsemi heildareigna} = \frac{\text{Hagnaður}}{\text{Heildareignir}}$$

Ýmist er notast við heildareignir í upphafi tímabils eða meðalstöðu heildareigna á tímabilinu.

Dæmi: Hagnaður Fyrirtækisins hf. var 60 m.kr. fyrir árið 2002 og heildareignir í upphafi árs námu 990 m.kr. en 1050 m.kr. í lok árs. Arðsemi heildareigna félagsins er því 5,9% (60 / (1/2∗(990 + 1050))).

EBITDA-framlegð

(e. *EBITDA-margin, Earnings before interest, taxes, depreciation and amortization*)

EBITDA-framlegð er hlutfallið milli rekstrarhagnaðar fyrir afskriftir og rekstrartekna. Framlegð segir til um hve hárri upphæð eða hversu háu hlutfalli rekstrartekna fyrirtækið skilar til að standa undir fjármagnskostnaði, sköttum og hagnaði til eigenda. Rekstrarhagkvæmni fyrirtækja endurspeglast að vissu marki í framlegðarhlutfallinu. Þannig getur verið fróðlegt að bera saman framlegðarhlutfall mismunandi fyrirtækja í sambærilegum rekstri. Þá getur gefið betri mynd af rekstrarárangri að skoða framlegð fyrirtækja þegar hagnaður litast t.d. af gengismun. Loks má skoða og draga nokkurn lærdóm af þróun framlegðarhlutfalls nokkurra ára hjá sama fyrirtæki. EBIT-framlegð er oft skoðuð í sama tilgangi, þ.e. hagnaður fyrir fjármagnsliði og skatta.

$$\text{EBITDA-framlegð} = \frac{\text{Rekstrarhagnaður fyrir afskriftir}}{\text{Rekstrartekjur}}$$

Hagnaðarhlutfall

(e. *Net profit margin*)

Segir til um hve stór hluti veltu skilar sér sem hagnaður fyrirtækisins.

$$\text{Hagnaðarhlutfall} = \frac{\text{Hagnaður}}{\text{Velta}}$$

Þessi kennitala tekur ekki tillit til fjármögnunar og hentar því síður við samanburð milli fyrirtækja. Í stað hagnaðar eftir skatta er af þeim sökum stundum notast við rekstrarhagnað (EBIT) að frádregnum sköttum.

Dæmi: Hagnaður Fyrirtækisins hf. eftir skatta var 60 m.kr. árið 2002 og velta nam 1.000 m.kr. Hagnaðarhlutfall er því 6,0% (60/1000).

Hagnaður á hlut (óþynntur)

(e. *Earnings per share, basic*)

Með því að deila útistandandi hlutum í hagnað eftir skatta er fundinn út hagnaður á hlut. Kennitalan gefur til kynna hver hagnaður er miðað við hverja krónu nafnverðs og er þannig settur í samhengi við innborgað hlutafé í viðkomandi félagi. Fjárfestar sækja í félög sem sýna vöxt hagnaðar á hlut enda hefur reynst sterk fylgni á milli þess og hlutabréfaverðs.

$$\text{Óþynntur hagnaður á hlut} = \frac{\text{Hagnaður}}{\text{Útistandandi hlutir (nafnverð útistandandi hlutafjár)}}$$

Ýmist er notað vegið meðaltal útistandandi hluta eða útistandandi hlutir í lok tímabils.

Dæmi: Hagnaður Fyrirtækisins hf. eftir skatta var 60 m.kr. árið 2002 og útistandandi hlutir í upphafi árs voru 100 m.kr. en þann 1. júlí keypti félagið 10 m.kr. af eigin bréfum. Hagnaður á hlut (basic) var því 0,63 kr. á útistandandi hlut (60/(1/2*(100+90))).

Hagnaður á hlut (þynntur)

(e. *Earnings per share, diluted*)

Með því að deila útistandandi hlutum að viðbættum innleysanlegum hlutum í hagnað eftir skatta er fundinn út þynntur hagnaður á hlut. Með innleysanlegum hlutum er átt við fjölda hluta samkvæmt valréttarsamningum, kaupréttarsamningum starfsmanna, breytanlegum skuldabréfum og forgangshlutabréfum. Kennitalan er notuð með sambærilegum hætti og óþynntur hagnaður á hlut (basic) en þykir gefa gleggri mynd þar sem tillit er tekið til fyrirsjáanlegrar þynningar hlutafjár.

$$\text{Þynntur hagnaður á hlut} = \frac{\text{Hagnaður}}{\text{(Útistandandi hlutir (nafnverð útistandandi hlutafjár) + Innleysanlegir hlutir)}}$$

Ýmist er notað vegið meðaltal útistandandi hluta eða útistandandi hlutir í lok tímabils.

Dæmi: Hagnaður Fyrirtækisins hf. eftir skatta var 60 m.kr. árið 2002, vegið meðaltal útistandandi hluta var 95 m.kr., skuldbindingar vegna kaupréttarsamninga starfsmanna námu 2 m.kr. og ónýttur breytiréttur vegna skuldabréfa nam 8 m.kr. Þynntur hagnaður á hlut var því 0,57 kr. á hlut (60/(95+2+8)).

Arðgreiðsluhlutfall (Hlutfall arðs af hagnaði)

(e. *Payout ratio*)

Arðgreiðsluhlutfall er hlutfall greidds arðs af hagnaði yfir tímabil, venjulega 1 ár. Mörg fyrirtæki hafa arðgreiðslustefnu um hve hátt hlutfall hagnaðar stefnt sé að því að greiða til hluthafa. Fyrirtæki í stöðugum rekstri og með takmarkaða vaxtarmöguleika greiða almennt út hærra hlutfall arðs en félög í örum vexti.

$$\text{Arðgreiðsluhlutfall} = \frac{\text{Arður}}{\text{Hagnaður}}$$

Dæmi: Fyrirtækið hf. greiddi út 30 m.kr. í arð vegna ársins 2002 og hagnaður eftir skatta var 60 m.kr. á árinu. Hlutfall arðs af hagnaði er 50% (30/60).

Rekstrarhlutföll

Veltuhraði birgða

(e. *Inventory turnover*)

Kostnaðarverð seldra vara sem hlutfall af meðalstöðu birgða er algengasti mælikvarði á veltuhraða birgða. Veltuhraði er mælikvarði á hagkvæmni birgðastýringar en því hærra sem hlutfallið er þeim mun oftar veltir fyrirtæki birgðum sínum.

$$\text{Veltuhraði birgða} = \frac{\text{Kostnaðarverð seldra vara}}{\text{Meðalstaða birgða}}$$

Veltuhraði birgða er iðulega sýndur í dögum með eftirfarandi hætti.

$$\text{Birgðastaða í dögum} = \frac{365}{\text{Veltuhraði birgða}}$$

Birgðastaða í dögum sýnir hve langan tíma tekur að breyta birgðum í tekjur. Lág birgðastaða er oftast álitin merki um hagkvæmni í rekstri en rétt er að hafa í huga að það getur einnig verið merki um greiðsluerfiðleika. Veltuhraði birgða er iðulega borinn saman á milli sambærilegra fyrirtækja. Lágur veltuhraði í samanburði við önnur fyrirtæki getur bent til að fjárbinding í birgðum sé óeðlilega há eða hluti birgða sé ofmetinn og þurfi að færa niður.

Dæmi: Kostnaðarverð seldra vara Fyrirtækisins hf. nam 800 m.kr. Birgðir í upphafi árs námu 100 m.kr. en 150 m.kr. í árslok. Veltuhraði birgða var því 6,4 (800/(1/2*(150+100))). Birgðastaða í dögum var 57 dagar (365/6,4).

Veltuhraði viðskiptakrafna

(e. *Accounts receivable turnover*)

Sala sem hlutfall af meðalstöðu viðskiptakrafna er veltuhraði viðskiptakrafna. Veltuhraði er mælikvarði á hagkvæmni kröfustýringar en því hærra sem hlutfallið er þeim mun meiri er veltuhraðinn.

$$\text{Veltuhraði viðskiptakrafna} = \frac{\text{Sala}}{\text{Meðalstaða viðskiptakrafna}}$$

Veltuhraði viðskiptakrafna er iðulega sýndur í dögum með eftirfarandi hætti:

$$\text{Innheimtutími krafna} = \frac{365}{\text{Veltuhraði viðskiptakrafna}}$$

Á þennan hátt er sýnt hve langan tíma tekur að breyta viðskiptakröfum í handbært fé. Gagnlegt er að bera innheimtutíma saman við þann greiðslufrest sem fyrirtæki veitir. Stuttur innheimtutími er oftast álitinn merki um hagkvæmni í rekstri.

Dæmi: Velta Fyrirtækisins hf. nam 1.000 m.kr. árið 2002, viðskiptakröfur í upphafi árs námu 75 m.kr. og 125 m.kr. í lok árs. Veltuhraði viðskiptakrafna var því 10,0 (1.000/(1/2*(75+125))). Innheimtutími krafna í dögum var 36,5 dagar (365/10).

Veltufjárhlutfall

(e. *Current ratio*)
Hlutfall veltufjármuna og skammtímaskulda kallast veltufjárhlutfall. Veltufjármunir endurspegla þær eignir sem unnt er að umbreyta í handbært fé með skömmum fyrirvara. Skammtímaskuldir endurspegla hins vegar þær skuldbindingar sem félag þarf að inna af hendi í náinni framtíð. Eðlilegt er að gera kröfu til þess að hlutfallið sé hærra en einn, annars er hætta á að fyrirtæki lendi í greiðsluerfiðleikum þar sem veltufé dugir ekki fyrir skammtímaskuldum. Því hærra sem veltufjárhlutfallið er, þeim mun meiri er styrkur fyrirtækisins til þess að standa við skuldbindingar sínar í nánustu framtíð. Þó verður að hafa í huga að ákveðinn fórnarkostnaður er á milli fjárbindingar í veltufjármunum og þess að lágmarka hættu á greiðsluerfiðleikum. Þá þarf að skoða hvort hátt veltufjárhlutfall sé hugsanlega vísbending um erfiðleika í birgðastýringu.

$$\text{Veltufjárhlutfall} = \frac{\text{Veltufjármunir}}{\text{Skammtímaskuldir}}$$

Dæmi: Veltufjármunir Fyrirtækisins hf. námu 350 m.kr. í árslok 2002 og skammtímaskuldir námu 300 m.kr. Veltufjárhlutfall var því 1,17 (350/300).

Lausafjárhlutfall

(e. *Quick ratio*)
Hlutfall handbærs fjár, skammtímaverðbréfa og viðskiptakrafna á móti skammtímaskuldum kallast lausafjárhlutfall. Lausafjárhlutfall er afbrigði af veltufjárhlutfalli. Í stað þess að horfa til allra veltufjármuna eins og gert er við útreikning veltufjárhlutfalls er aðeins horft til þeirra veltufjármuna sem auðveldast er að umbreyta í handbært fé (getur eftir atvikum verið frábrugðið milli fyrirtækja hvaða veltufjármunir heyra þar undir). Mikilvægasti liðurinn sem er undanskilinn eru vörubirgðir en þær eru að jafnaði tregseljanlegastar veltufjármuna. Lausafjárhlutfall gegnir svipuðu hlutverki og veltufjárhlutfall og er ætlað að gefa mynd af hvernig félag er í stakk búið til að standast skammtímaskuldbindingar sínar með svipuðum hætti og veltufjárhlutfalli er ætlað að gera.

$$\text{Lausafjárhlutfall} = \frac{(\text{Handbært fé} + \text{Markaðsverðbréf} + \text{Viðskiptakröfur})}{\text{Skammtímaskuldir}}$$

Dæmi: Handbært fé og markaðsverðbréf Fyrirtækisins hf. námu 75 m.kr. í árslok 2002, viðskiptakröfur námu 125 m.kr. og skammtímaskuldir námu 300 m.kr. Lausafjárhlutfall var því 0,67 ((75+125)/300)

Efnahagshlutföll

Eiginfjárhlutfall

(e. *Equity to assets ratio*)

Fyrirtæki eru jafnan fjármögnuð bæði með eigin fé og lánsfé. Eiginfjárhlutfall segir til um hvað eigið fé er stór hluti af heildarfjármagni félagsins. Almennt séð er fjárhagslegur styrkur fyrirtækja meiri eftir því sem eiginfjárhlutfallið er hærra.

$$\text{Eiginfjárhlutfall} = \frac{\text{Eigið fé}}{\text{Eigið fé og skuldir alls}}$$

Dæmi: Eigið fé Fyrirtækisins hf. er 8.000 m.kr. og heildarskuldir 11.000 m.kr. Eiginfjárhlutfall félagsins er því 42% (8.000/(8.000 + 11.000)).

Innra virði hlutafjár

Innra virði hlutafjár er hlutfallið milli eigin fjár og nafnverðs hlutafjár félags. Ef fjárfestir telur að bókfært eigið fé sé góður mælikvarði á verðmæti félagsins væri hann tilbúinn til að kaupa eða selja bréfin á gengi sem væri nálægt innra virði. Innra virði hlutafjár getur til dæmis verið hátt ef uppsafnaður hagnaður fyrirtækisins er umtalsverður.

$$\text{Innra virði hlutafjár} = \frac{\text{Eigið fé}}{\text{Hlutafé}}$$

Dæmi: Hlutafé Fyrirtækisins hf. nemur 2.000 m.kr. og eigið fé 8.000 m.kr. Innra virði hlutafjár er því 4,0 (8.000/2.000).

Vaxtaþekja

(e. *Interest coverage*)

Vaxtaþekja mælir getu fyrirtækis til að standa við vaxtagreiðslur af lánum. Vaxtaþekja er hlutfallið milli hagnaðar fyrir fjármagnsliði (e. EBIT) og vaxtagreiðslna. Eftir því sem vaxtaþekjan er lægri eru skuldirnar meiri byrði á rekstri félagsins.

$$\text{Vaxtaþekja} = \frac{\text{Hagnaður fyrir fjármagnsliði}}{\text{Vaxtagreiðslur}}$$

Dæmi: Á síðasta rekstrarári nam hagnaður Fyrirtækisins hf. fyrir fjármagnsliði 1.675 m.kr. og vaxtagreiðslur 700 m.kr. Vaxtaþekja félagsins er því 2,4 (1.675/700).

Formúlur

Vaxtaútreikningur

Vextir eru endurgjald sem lántakandi greiðir fyrir peningalán. Vextir eru tímatengdur kostnaður, þ.e. því lengur sem lántakandi hefur peninga að láni því meiri vexti borgar hann. Vextir eru venjulega settir fram á ársgrundvelli og sem hundraðshluti af höfuðstólnum.

Flatir vextir

Ef vextir reiknast eingöngu af höfuðstól er talað um flata vexti eða einfalda vexti.

$$Vaxtagreiðsla = h * n * t$$

$$\text{Höfuðstóll við lok tímabils} = h_t = h_0 + (h_0 * n * t)$$

h = höfuðstóll, n = nafnvextir í % á ári, t = tími í árum, h_0 = höfuðstóll í upphafi, h_t = höfuðstóll við lok tímabils

Dæmi: Jón kaupir skuldabréf að nafnverði 100.000 krónur, nafnvextir eru 5% og gjalddagi eftir tvö ár. Eftir tvö ár verður vaxtagreiðslan 10.000 krónur (100.000 * 0,05 * 720 / 360 = 10.000). Jón fær því endurgreiddar 110.000 krónur (100.000 + (100.000 * 0,05 * 2) = 110.000).

Vaxtavextir

Þegar vextir reiknast á vexti ásamt því að reiknast á höfuðstól er talað um vaxtavexti. Á fjármálamarkaði er almennt ekki notast við flata vexti heldur vaxtavexti.

$$Vaxtagreiðsla = h * \left[\left(1 + \frac{n}{m}\right)^{t*m} - 1\right]$$

$$\text{Höfuðstóll við lok tímabils} = \mathrm{h}_t = \mathrm{h}_0 * \left(1 + \frac{n}{m}\right)^{t*m}$$

h = höfuðstóll, n = nafnvextir í % á ári, m = fjöldi gjalddaga á ári, t = tími í árum, h_0 = höfuðstóll í upphafi, h_t = höfuðstóll við lok tímabils

Dæmi: Jón leggur 100.000 krónur inn á bankareikning sem ber 5% nafnvexti og reiknast vextir tvisvar á ári. Eftir 3 ár nema uppsafnaðir vextir 15.763 krónum (100.000 $*$ ((1 + 0,05/2)^{3*2} − 1) = 15.763). Heildarinnistæðan er því 115.969 krónur (100.000 $*$ (1 + 0,05/2)^{3*2} = 115.969).

Eftir þrjú og hálft ár tekur Jón alla innistæðuna út. Uppsafnaðir vextir eru þá 18.869 krónur (100.000 $*$ (1 + 0,05/2)^{3,5*2} −1) = 18.869) og heildarinnistæðan 118.869 krónur (100.000 $*$ (1 + 0,05/2)^{3,5*2} = 118.869).

Raunvextir

Með nafnvöxtum er átt við vexti sem reiknast af höfuðstól án tillits til verðlags. Með raunvöxtum er átt við vexti umfram verðlagsbreytingar á sama tíma. Raunvextir eru jákvæðir ef nafnvextir eru hærri en verðbólga tímabilsins.

$$Raunvextir = \left[\left(\frac{(1+n)}{(1+p)}\right)-1\right]*100$$

n = nafnvextir í % á ári, p = verðbólga í % á ári

Dæmi: Verðbólgan fyrsta árið eftir að Jón keypti skuldabréf með 5% vöxtum var 2%. Raunvextir á því tímabili voru því 2,94% (((1,05 / 1,02) − 1) $*$ 100 = 2,94).

Tvöföldunartími vaxta

Tvöföldunartími vaxta er sá tími í árum sem það tekur tiltekna vexti að tvöfalda höfuðstól sparifjár.

$$Tvöföldunartími = \frac{\ln(2)}{\ln(1+n)}$$

ln = náttúrulegur lógaritmi, n = nafnvextir í % á ári

Dæmi: Jón kaupir skuldabréf með 7% vöxtum. Höfuðstóll hans hefur tvöfaldast eftir 10,2 ár (ln(2) / ln(1,07) = 0,693 / 0,0676 = 10,2).

Framtíðarvirði

Með framtíðarvirði er verðmæti t.d. eigna, skulda eða fjárstreymis umreiknað í verðmæti miðað við ákveðinn dag í framtíðinni. Það sem liggur til grundvallar framtíðarvirði er sú staðreynd að fjárhæð í dag er ekki sambærileg við fjárhæð á öðrum tíma. Ástæða þess að fjárhæðirnar eru ekki sambærilegar eru þeir vextir sem fjármagnið getur borið. Framtíðarvirði er upphæð höfuðstóls sem mun bera ákveðna vexti fram að ákveðnum degi í framtíðinni.

Framtíðarvirði einstakrar greiðslu

$$\text{Framtíðarvirði} = \text{h} * \left(1 + \frac{n}{m}\right)^{\text{t*m}}$$

h = höfuðstóll, n = nafnvextir í % á ári, m = fjöldi gjalddaga á ári, t = tími í árum

Dæmi: Jón ætlar að ávaxta 100.000 krónur í tvö ár. Nafnvextir eru 5% og reiknast árlega. Eftir tvö ár fær hann þá 110.250 krónur ($100.000 * 1{,}05^2 = 110.250$).

Framtíðarvirði greiðsluraðar

Á einfaldan hátt má einnig reikna framtíðarvirði greiðsluraðar þar sem greiðslur eru jafnar og reglulegar.

$$\text{Framtíðarvirði greiðsluraðar} = \text{a} * \left(\frac{(1+n)^t - 1}{n}\right) = \frac{a}{n}\left((1+n)^t - 1\right)$$

a = greiðsla, n = nafnvextir í % á ári, t = tími í árum

Ef greiðslurnar eru óreglulegar eða upphæðir misháar þarf að reikna út framtíðarvirði hverrar greiðslu og leggja síðan fjárhæðirnar saman.

Dæmi: Jón ætlar að leggja fyrir 100.000 krónur á ári næstu þrjú árin og ávaxta á bankareikningi sem ber 5% nafnvexti. Að þremur árum liðnum er innstæða Jóns 315.250 krónur (100.000 / 0,05 $*(1{,}05^3 - 1) = 315.250$).

Við útreikning á framtíðarvirði er einnig hægt að styðjast við töflu í viðauka.

Almenn formúla fyrir framtíðarvirði m.v. vaxtavexti

$$FV = \sum_{i=1}^{N} a_i * (1+n)^{t_i}$$

a_i = greiðsla i, n = nafnvextir í % á ári, t_i = tími í árum frá greiðsludegi til lokagjalddaga, N = heildarfjöldi greiðslna

Almenn formúla fyrir framtíðarvirði m.v. veldisvexti

Ef um er að ræða samfellda vaxtaútreikninga eða veldisvexti þá verður framtíðarvirðisformúlan eftirfarandi:

$$FV = \sum_{i=1}^{N} a_i * e^{nt_i}$$

a_i = greiðsla i, n = nafnvextir í % á ári, t_i = tími í árum frá greiðsludegi til lokagjalddaga, N = fjöldi greiðslna, e = veldisfall,

Ávöxtunarkrafa – samband verðs og vaxta

Ávöxtunarkrafa eru þeir vextir sem núvirða þarf greiðsluflæði með til að fá verð þess. Ávöxtunarkrafa r, eru því þeir vextir sem uppfylla neðangreinda jöfnu

$$V = \frac{a_1}{(1+r)^1} + \frac{a_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{a_N}{(1+r)^N} \qquad {}_1$$

V = verð greiðsluflæðis, a_i = greiðsla i, N = fjöldi greiðslna

Til að reikna verð (núvirði) greiðsluflæðis þurfum við að vita þá ávöxtunarkröfu sem gerð er til þess. Eftir því sem ávöxtunarkrafan er hærri þeim mun minna er virði tiltekins framtíðargreiðsluflæðis, þ.e. verð þess lægra. Ávöxtunarkrafa er almennt gefin upp á ársgrunni nema annað sé tekið fram.

Núvirði

Með núvirðingu er verðmæti t.d. eigna, skulda eða fjárstreymis á ákveðnum tíma umreiknað í verðmæti miðað við daginn í dag. Það sem liggur til grundvallar núvirðingu er sú staðreynd að fjárhæð í dag er ekki sambærileg við sömu fjárhæð á öðrum tíma. Ástæða þess að fjárhæðirnar eru ekki sambærilegar eru þeir vextir sem fjármagnið getur borið. Með núvirðingu myndast grundvöllur til að bera saman mismunandi fjárfestingar og til að reikna út verð skuldabréfa ef nafnvextir eru ekki þeir sömu og markaðsvextir.

Núvirði einstakrar greiðslu

$$Núvirði = \frac{h}{(1+r)^t}$$

h = höfuðstóll, r = ávöxtunarkrafa í % á ári, t = tími í árum þar til greiðsla h fellur til

Dæmi: Jón á von á peningagreiðslu að fjárhæð 100.000 krónur eftir tvö og hálft ár. Ávöxtunarkrafa á markaði er 5% á tímabilinu. Núvirði peningagreiðslunnar er því 88.517 krónur (100.000 / $1{,}05^{2,5}$ = 88.517).

Jón þarf að greiða 100.000 í tvennu lagi, 30.000 krónur eftir eitt ár og 70.000 krónur eftir tvö ár. Ef ávöxtunarkrafa á markaði er 5% á tímabilinu er sá sem móttekur greiðslurnar jafn vel settur ef hann fær frá Jóni í dag 92.063 krónur (30.000 / 1,05 + 70.000 / 1.05^2 = 92.063)

Núvirði greiðsluraðar

Á einfaldan hátt má einnig reikna núvirði greiðsluraðar þar sem greiðslur eru jafnar og reglulegar. Við útreikning á núvirði er einnig hægt að styðjast við núvirðistöflu í viðauka.

$$\text{Núvirði greiðsluraðar} = \mathrm{a} * \left(\frac{1}{\mathrm{n}} - \frac{1}{n(1+n)^t}\right) = \frac{a}{n}\left(1 - \frac{1}{(1+n)^t}\right)$$

a = greiðsla, n = nafnvextir í % á ári, t = tími í árum

Dæmi: Jón fær greiddar 100.000 krónur á ári næstu fimm árin og fær hann fyrstu greiðsluna eftir eitt ár. Ef vextir á markaði eru 5% er núvirði greiðsluflæðisins 432.948 krónur (100.000 / 0,05 * (1 – (1 / $1{,}05^5$)) = 432.948).

Ef greiðslur eru óreglulegar eða upphæðir misháar þarf að reikna út núvirði hverrar greiðslu og leggja síðan fjárhæðirnar saman.

Almenn formúla fyrir núvirði m.v. einfalda vexti eða vaxtavexti

Hér að neðan má sjá almenna formúlu til núvirðingar greiðsluflæðis miðað við vaxtavexti.

$$V = \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{(1+r)^{t_i}}$$

V = verð bréfsins, r = ávöxtunarkrafa í % á ári, a_i = greiðsla i, t_i = tími í árum þar til greiðsla i fellur til, N = fjöldi greiðslna

Almenn formúla fyrir núvirði m.v. veldisvexti

Í sumum tilvikum er um að ræða samfellda vaxtaútreikninga eða veldisvexti. Þá verður núvirðingarformúlan eftirfarandi

$$V = \sum_{i=1}^{N} a_i e^{-rt_i}$$

V = verð bréfsins, r = ávöxtunarkrafa í % á ári, a_i = greiðsla i, t_i = tími í árum þar til greiðsla i fellur til, N = fjöldi greiðslna, e = veldisfallið

Skuldabréf

Hér á eftir fara dæmi um almenna útreikninga fyrir verð og gengi skuldabréfa. Formúlurnar eru heimfærðar á markflokka íslenskra skuldabréfa auk stuttra útskýringa á helstu einkennum viðkomandi flokka.

Jafnar afborganir skuldabréfa

Endurgreiðsla höfuðstóls skuldabréfs getur verið með einni eða fleiri greiðslum. Þegar endurgreiðsla skuldabréfs er með fleiri en einni greiðslu er ýmist um jafnar afborganir að ræða eða jafnar greiðslur.

$$\text{Afborgun} = \frac{h}{f}$$

h = höfuðstóll, f = fjöldi afborgana

Dæmi: Jón tekur vaxtalaust lán að nafnverði 500.000 krónur. Hann þarf að greiða lánið til baka með fimm jöfnum afborgunum. Hver afborgun er þannig 100.000 krónur (500.000 / 5 = 100.000).

Jafnar afborganir skuldabréfa með vöxtum

$$\text{Afborgun}_\text{i} = \frac{h}{f}\left(1 + n(f + 1 - i)\right)$$

h = höfuðstóll, n = nafnvextir í % á ári, f = fjöldi afborgana, i = númer afborgunar

Dæmi: Jón kaupir skuldabréf að nafnverði 300.000 krónur til 3 ára með 6% vöxtum. Hann fær greitt af skuldabréfinu með þremur jöfnum afborgunum og fyrstu greiðsluna eftir eitt ár. Upphæð afborgunar er fyrsta árið 118.000 krónur (300.000 / 3 ∗ (1 + 0,06 ∗ (3 + 1 − 1))), annað árið 112.000 krónur og þriðja árið 106.000 krónur.

Jafnar greiðslur skuldabréfa

Þegar höfuðstóll skuldabréfs er endurgreiddur með jöfnum greiðslum eru vextir hlutfallslega hærri hluti greiðslu í upphafi en þeir vega minna eftir því sem höfuðstóllinn lækkar.

$$\text{Jafnar greiðslur} = \frac{\mathrm{h} * n(1+n)^{\mathrm{t}}}{(1+\mathrm{n})^{\mathrm{t}} - 1}$$

h = höfuðstóll, n = nafnvextir í % á ári, t = tími í árum

Dæmi: Jón tekur lán að nafnverði 500.000 krónur og hann þarf að greiða 5% vexti. Hann þarf að greiða lánið til baka með fimm jöfnum greiðslum á fimm árum. Hver greiðsla er þannig 115.487 krónur $((500.000 * 0{,}05 * 1{,}05^5) / (1{,}05^5 - 1) = 115.487)$.

Kaupverð skuldabréfa

Þegar reiknað er út verð á skuldabréfi eru greiðslur í framtíðinni reiknaðar til núvirðis miðað við ákveðna ávöxtunarkröfu. Þegar ávöxtunarkrafa markaðarins er hærri en nafnvextir skuldabréfsins er skuldabréfið selt með afföllum en á yfirverði ef ávöxtunarkrafan er lægri en nafnvextirnir.

$$Kaupver\eth = \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{(1+r)^{t_i}}$$

ef skuldabréfið er verðtryggt er kaupverð margfaldað með $\frac{I_t}{I_0}$

a_i = greiðsla i (afborgun með vöxtum og verðbótum), r = ávöxtunarkrafa í % á ári, t_i = tími í árum þar til greiðsla i fellur til, N = heildarfjöldi greiðslna, I_t = vísitala neysluverðs á viðmiðunardegi, I_0 = vísitala neysluverðs á útgáfudegi skuldabréfsins

Gengi skuldabréfa

Þegar talað er um verð á skuldabréfum er jafnan talað um gengi skuldabréfa. Gengið er oftast sett fram miðað við 100 króna höfuðstól.

$$Gengi = \left(\frac{k}{h}\right) * 100$$

k = kaupverð, h = höfuðstóll (með áföllnum vöxtum og verðbótum)

Ríkisvíxlar

Ríkisvíxlar eru gefnir út af ríkissjóði til skemmri tíma en eins árs. Víxlarnir bera forvexti og er því einungis nafnvirði víxilsins greitt á gjalddaga.

Verð reiknað út frá gefinni ávöxtunarkröfu:

$$V = \frac{100}{(1+r)^{\left(\frac{d}{360}\right)}}$$

Ávöxtunarkrafa reiknuð út frá gefnu verði:

$$r = \left(\frac{100}{V}\right)^{\frac{360}{d}} - 1$$

V = verð á hverjar 100 kr. nafnverðs, r = ávöxtunarkrafa í % á ári, d = fjöldi daga til gjalddaga

Ríkisbréf og spariskírteini (eingreiðslubréf / kúlubréf)

Ríkisbréf eru óverðtryggð skuldabréf gefin út af ríkissjóði. Spariskírteini eru einnig gefin út af ríkissjóði en munurinn á þeim og ríkisbréfunum er verðtrygging spariskírteinanna. Ríkisbréfin eru yfirleitt gefin út til 5–10 ára en spariskírteinin til 10–20 ára. Ýmist er um að ræða eingreiðslubréf (kúlubréf) þar sem höfuðstóll og áfallnir vextir (auk áfallinna verðbóta í tilviki spariskírteina) greiðast á gjalddaga eða vaxtagreiðslubréf (vaxtakúla). Formúlan hér að neðan gildir fyrir kúlubréf, bæði ríkisbréf og spariskírteini, en í tilviki ríkisbréfanna fellur verðbótaliðurinn út. Verðið inniheldur höfuðstól, áfallna vexti og verðbætur (e. *dirty price*).

$$V = \frac{\left[h * \left((1+n)^{\left(\frac{D}{360}\right)}\right)\right]}{\left((1+r)^{\frac{d}{360}}\right)} * \left(\frac{I_t}{I_0}\right)$$

h = höfuðstóll, n = nafnvextir í % á ári, D = dagafjöldi frá útgáfudegi til gjalddaga,
d = dagafjöldi frá uppgjörsdegi til gjalddaga, r = ávöxtunarkrafa í % á ári, I_0 = gildi vísitölu neysluverðs á útgáfudegi,
I_t = gildi vísitölu neysluverðs á uppgjörsdegi (dagvísitala)

Dæmi um útreikning verðs spariskírteinis með eftirfarandi skilmála

Auðkenni: RIKS 15 1001	Nafnvextir: 0%
Uppgjörsdagur: 30. október 2001	Ávöxtunarkrafa: 5,2%
Útgáfudagur: 29. september 1995	I_0: 173,5
Gjalddagi: 1. október 2015	I_t: 217,7

$$V = \frac{\left[100 * \left((1+0)^{\left(\frac{7200}{360}\right)}\right)\right]}{\left((1+0{,}052)^{\left(\frac{5011}{360}\right)}\right)} * \left(\frac{217{,}7}{173{,}5}\right)$$

$$V = \left[(100) * \left(1 + \frac{5{,}2}{100}\right)^{\frac{-5011}{360}} * \left(\frac{217{,}7}{173{,}5}\right)\right]$$

$$V = 61{,}96009749$$

Ríkisbréf (vaxtagreiðslubréf / vaxtakúla)

Lánasýsla ríkisins hefur lagt aukna áherslu á að laga skuldabréfaútgáfu ríkissjóðs að því sem helst þekkist erlendis. Er þetta gert í því skyni að auka áhuga erlendra fjárfesta á íslenskum skuldabréfum. Dæmi um skuldabréf sem taka mið af þessu er nýjasti ríkisbréfaflokkurinn RIKB 13 sem eru óverðtryggð vaxtagreiðslubréf. Erlendis er algengast að verð bréfa sé gefið upp án áfallinna vaxta (e. *clean price*) og tekur skráð verð ofangreinds ríkisbréfaflokks mið af því. Formúlurnar hér að neðan miðast við að áfallnir vextir séu reiknaðir sérstaklega. Verð bréfsins gefur einungis virði höfuðstóls (e. *clean price*) en til að finna heildarverð (e. *dirty price*) bréfsins þarf að reikna upphæð áfallinna vaxta og bæta við virði höfuðstólsins.

Verð vaxtagreiðslubréfs (e. *clean price*) er reiknað á eftirfarandi hátt að gefinni tiltekinni ávöxtunarkröfu:

$$VC = \left[\frac{100}{\left(1+\frac{r}{NC}\right)^{\left(N-1+\frac{DSC}{E}\right)}} \right] + \left[\sum_{A=1}^{N} \frac{100 * \frac{n}{NC}}{\left(1+\frac{r}{NC}\right)^{A-1+\left(\frac{DSC}{E}\right)}} \right] - \left(100 * \frac{n}{NC} * \frac{A}{E}\right)$$

VC = verð á hverjar 100 kr. nafnverðs (e. clean price*), DSC = fjöldi daga frá uppgjörsdegi til næsta vaxtagjalddaga, n = nafnvextir í %, r = ávöxtunarkrafa í %, E = fjöldi daga á því vaxtatímabili sem uppgjörsdagur fellur til á, N = fjöldi vaxtagjalddaga frá uppgjörsdegi til gjalddaga, A = fjöldi daga frá síðasta vaxtagjalddaga til uppgjörsdags, NC = fjöldi vaxtagjalddaga á ári*

Dæmi um ríkisbréf með eftirfarandi skilmála

Auðkenni: RIKB 13 0517	Ávöxtunarkrafa: 7,5%
Uppgjörsdagur: 15. janúar 2003	Fjöldi vaxtagjalddaga á ári: 1
Gjalddagi: 17. maí 2013	Dagaregla: raun/raun (AFB)
Nafnvextir: 7,25%	

Verð bréfsins er 98,187 krónur á hverjar 100 krónur nafnverðs

Til að finna heildarverð ofangreinds ríkisbréfs þarf að reikna virði áfallinna vaxta frá síðasta vaxtagjalddaga.

Áfallnir vextir bréfsins eru reiknaðir á eftirfarandi hátt:

$$Á = 100 * \left(\frac{n}{NC}\right) * \left(\frac{A}{E}\right)$$

Á = áfallnir vextir, A = fjöldi áfallinna vaxtadaga frá síðasta vaxtagjalddaga, E = fjöldi vaxtadaga á núgildandi vaxtatímabili, NC = fjöldi vaxtatímabila á ári, n = nafnvextir í %

Dæmi um ríkisbréf með eftirfarandi skilmála

Auðkenni: RIKB 13 0517	Nafnvextir: 7,25%
Uppgjörsdagur: 15. janúar 2003	Nafnvirði: 100 kr.
Síðasti vaxtagjalddagi: 17. maí 2002	Fjöldi vaxtagjalddaga á ári: 1
Næsti vaxtagjalddagi: 17. maí 2003	Dagaregla: raun/raun (AFB)

Áfallnir vextir eru 4,793 kr. á hverjar 100 kr. nafnverðs.

Heildarverð ríkisbréfsins (e. *dirty price*) er þá VC + Á eða (98,187 + 4,793) kr. = 102,980 kr.

Ekki er til lokuð formúla sem gildir til útreiknings ávöxtunarkröfu ríkisbréfanna hér að framan að gefnu verði (VC). Ávöxtunarkröfuna þarf því að leysa út með tölulegum aðferðum s.s. ítrun en ekki verður farið nánar í þá sálma hér.

Húsbréf

Húsbréf eru verðtryggð skuldabréf með uppgreiðsluheimild gefin út af Íbúðalánasjóði. Bréfin eru jafngreiðslubréf (annuitet) gefin út til 25–40 ára en hver afborgun er í verðútreikningum meðhöndluð sem kúlubréf. Formúlan hér að neðan miðast við að verð innihaldi áfallna vexti og verðbætur (e. *dirty price*).

$$V = \left(\frac{X}{Y}\right) * Z * 100$$

$$X = (1+n)^{\frac{(a-c)}{360}} * \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{\frac{(b+c)}{360}}}\right) * \left((1+n)^{\frac{c}{360}} - 1\right)$$

$$Y = \left((1+r)^{\frac{c}{360}} - 1\right) * \left(1 - \frac{1}{(1+n)^{\frac{(b+c)}{360}}}\right) * (1+r)^{\frac{(d-c)}{360}}$$

$$Z = \frac{I_t}{I_0}$$

V = verð á hverjar 100 kr. nafnverðs, n = nafnvextir í %, a = dagafjöldi frá 1. vaxtadegi til næsta útdráttardags, b = dagafjöldi frá næsta útdráttardegi til lokagjalddaga, d = dagar frá uppgjörsdegi til næsta útdráttardags, r = ávöxtunarkrafa í %, d = fjöldi daga frá uppgjörsdegi til „hagstæðustu innlausnar“, I_0 *= gildi vísitölu neysluverðs á útgáfudegi,* I_t *= gildi vísitölu neysluverðs á uppgjörsdegi (dagvísitala)*

Dæmi um húsbréf með eftirfarandi skilmála

Auðkenni: IBH 41 0315	a: 720
Fyrsti vaxtadagur: 15. mars 2001	b: 13680
Uppgjörsdagur: 15. janúar 2003	c: 90
Lokadagur (gjalddagi): 13. mars 2041	d: 60
Næsti útdráttardagur: 15. mars 2003	r: 5,0%
Nafnvextir: 4,75%	I_0: 202,8
Nafnvirði: 100 kr.	I_t: 224,273

$$X = (1{,}0475)^{\frac{(720-90)}{360}} * \left(1 - \frac{1}{(1{,}05)^{\frac{(13680+90)}{360}}}\right) * \left((1{,}0475)^{\frac{90}{360}} - 1\right) = 0{,}010698$$

$$Y = \left((1{,}05)^{\frac{90}{360}} - 1\right) * \left(1 - \frac{1}{(1{,}0475)^{\frac{(13680+90)}{360}}}\right) * (1{,}05)^{\frac{(60-90)}{360}} = 0{,}010151$$

$$Z = \frac{224{,}273}{202{,}8} = 1{,}105883$$

$$\mathrm{V} = 1{,}105883 * 100 * \left(\frac{0{,}010698}{0{,}010151}\right) = 1{,}165508$$

Húsnæðisbréf

Húsnæðisbréf eru verðtryggð skuldabréf gefin út af Íbúðalánasjóði. Bréfin eru jafngreiðslubréf (e. *annuitet*) gefin út til 25–40 ára. Formúlan hér að neðan miðast við að verð innihaldi áfallna vexti og verðbætur (e. *dirty price*).

Almenna formúlan fyrir jafngreiðslu bréfs að nafnvirði 100 er eftirfarandi:

$$PMT = 100 * \frac{n * (1+n)^t}{(1+n)^t - 1}$$

Verð húsnæðisbréfa reiknast þá á eftirfarandi hátt:

$$\mathrm{V} = PMT * \left(\frac{1 - \frac{1}{(1+r)^{N+1}}}{r}\right) * (1+r)^{\frac{d}{360}} * \frac{I_t}{I_0}$$

n = nafnvextir í %, t = tímalengd í árum, r = ávöxtunarkrafa í %, N = fjöldi ára til lokagjalddaga, d = fjöldi daga frá síðasta gjalddaga til uppgjörsdags, I_0 = gildi vísitölu neysluverðs á útgáfudegi, I_t = gildi vísitölu neysluverðs á uppgjörsdegi (dagvísitala)

Dæmi um húsnæðisbréf með eftirfarandi skilmála

Auðkenni: IBN 38 0101	r: 5,0%
Fyrsti vaxtadagur: 1. janúar 1996	t: 40
Fyrsti gjalddagi: 1. janúar 1999	Nafnvirði: 100 kr.
Uppgjörsdagur: 15. janúar 2003	N: 34
Lokagjalddagi: 1. janúar 2038	N+1: 35
Síðasti gjalddagi: 1. janúar 2003	I_0: 174,2
Nafnvextir: 2,7%	I_t: 224,273

$$PMT = 100 * \frac{0{,}027 * (1{,}027)^{40}}{(1{,}027)^{40} - 1} = 4{,}118958$$

$$V = 4{,}118958 * \left(\frac{1 - \frac{1}{(1{,}05)^{35}}}{0{,}05} \right) * (1{,}05)^{\frac{14}{360}} * \frac{224{,}273}{174{,}2} = 86{,}99619$$

Mælikvarðar á verðnæmi

Meðaltími

Meðaltími (e. *Maculay duration*) er kennitala sem gefur mat á verðnæmi skuldabréfs þegar ávöxtunarkrafa á markaði breytist.

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{-D}{(1+r)} * \Delta r$$

V = verð skuldabréfs, ΔV = verðbreyting, r = ávöxtunarkrafa, Δr = breyting í ávöxtunarkröfu,
D = meðaltími reiknaður samkvæmt neðangreindri formúlu:

$$D = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{(1+r)^{t_i}} * t_i$$

V = Verð skuldabréfs, a_i = greiðsla i, t_i = tími í árum þar til greiðsla i fellur til,
r = ávöxtunarkrafa, N = heildarfjöldi greiðslna

Þar sem verðbreytingin er reiknuð m.v. D/(1+r) er til hægðarauka oft talað um aðlagaðan meðaltíma (e. *modified duration*), þar sem:

$$MD = \frac{D}{(1+r)}$$

og formúlan verður þá einfaldari:

$$\frac{\Delta V}{V} = -MD * \Delta r$$

Íhvolfun

Þegar vaxtanæmi skuldabréfs er metið út frá meðaltíma er gert ráð fyrir því að línulegt samband sé á milli breytinga í ávöxtunarkröfu og verði skuldabréfs. Í raun er ekki um línulegt samband að ræða. Meðaltíminn er góð nálgun þegar um litlar breytingar á ávöxtunarkröfu er að ræða en því meiri sem breytingarnar eru þeim mun meiri verður ónákvæmnin í þessu mati. Til að komast fyrir þetta vandamál er íhvolfun (e. *convexity*) skuldabréfsins metin. Eftir því sem íhvolfunin er meiri þeim mun ónákvæmara verður matið á vaxtanæmi m.v. meðaltíma. Íhvolfunin, C, er önnur afleiða verðs bréfsins m.t.t. ávöxtunarkröfu á markaði og er reiknuð á eftirfarandi hátt:

$$C = \frac{1}{(1+r)^2 V} * \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{(1+r)^{t_i}} * t_i * (t_i + 1)$$

Að teknu tilliti til íhvolfunar verður:

$$\frac{\Delta V}{V} = -MD * \Delta r + \left(\frac{1}{2}\right) * C * \Delta r^2$$

Dæmi: Vaxtagreiðslubréf til 5 ára að nafnvirði 100 kr. ber 10% árlega vexti. Ávöxtunarkrafa á markaði er 12%.

Forsendur	Tákn	Gildi
Höfuðstóll	h	100
Nafnvextir	n	10%
Ávöxtunarkrafa	r	12%
Verð	V	90,27
Meðaltími	D	4,14
Aðlagaður meðaltími	MD	3,69
Íhvolfun	C	18,48

Tími (ár)	Afborgun og vextir	Afborgun núvirt veldisvextir	Vægi (%)	Meðaltími	Íhvolfun
1	10	8,93	9,6	0,10	0,15
2	10	7,97	8,6	0,17	0,41
3	10	7,12	7,7	0,23	0,73
4	10	6,36	6,8	0,27	1,09
5	110	62,42	67,3	3,36	16,09
Samtals	**150**	**92,79**	**100,0**	**4,14**	**18,48**

Verðbreytingar m.v. hækkun ávöxtunarkröfu um 1 prósentustig (100 punkta)	Í krónum	Í prósentum (%)
Verðbreyting	−3,34	−3,60
Áætlun m.v. meðaltíma	−3,43	−3,69
Áætlun m.v. íhvolfun	−3,34	−3,60

Meðaltími bréfsins er þá 4,14 ár og aðlagaður meðaltími 3,69 ár.

Áætluð verðbreyting bréfsins m.v. hækkun ávöxtunarkröfu um 1 prósentustig (100 punkta) verður þá:

$$-3{,}69 * 1\% = -3{,}69\%$$

Það er fyrir hvert prósentustig sem ávöxtunarkrafan hækkar, lækkar verð bréfsins um 3,69%. Fyrir dæmið hér að framan fáum við:

$$\frac{\Delta V}{V} = -3{,}69\% + \left(\frac{1}{2}\right) * 18{,}48 * 0{,}01^2 = -3{,}60\%$$

Dagareglur

Mismunandi reglur geta gilt um hvernig fjöldi daga til gjalddaga eða á milli vaxtagreiðslna/afborgana er meðhöndlaður við útreikninga á verði/gengi verðbréfa. Á íslenskum skuldabréfamarkaði er algengast að miðað við að heilt ár sé 360 dagar og að fjöldi daga í mánuði sé 30. Auðkenni reglunnar er: 30 / 360.

Undantekning frá þessari reglu er meðhöndlun ríkisbréfaflokksins RIKB 13 en útreikningar fyrir hann taka mið af því sem algengast er á alþjóðlegum skuldabréfamörkuðum. Þar er miðað við raunverulegan dagafjölda í hverju ári og í hverjum mánuði. Þessi regla er auðkennd: raun / raun.

Á íslenskum peningamarkaði sem og peningamarkaði í flestum okkar viðskiptalöndum er miðað við 360 daga í ári en að fjöldi daga í hverju tímabili innan ársins sé í samræmi við raunverulegan fjölda daga á tímabilinu. Þessi regla er auðkennd: raun / 360.

Afleiður

Virði á framvirkum samningi fyrir gjalddaga

Í kafla 9 skoðuðum við hvert virði (V_T) framvirks samnings er á gjalddaga. Við munum að fyrir gnóttstöðu er virðið: $V_T = S_T - K$, en hvert er þá virði samningsins á samningstímanum?

Setjum framvirka verðið í upphafi sem K og munum að hægt er að loka stöðu í framvirkum samningi með því að taka stöðu á móti með öðrum framvirkum samningi. Út frá þessu er hægt að reikna út virði á gnóttstöðu í framvirkum samningi á tíma t:

$$V_t = \frac{(F_t - K)}{(1 + R * (T - t))} \quad \text{þar sem} \quad K = S_t(1 + R(T - t))$$

T-t = tíminn til gjalddaga, R = samfelldir áhættulausir vextir, F_t-K = virði samningsins á gjalddaga, S_t = gengið á undirliggjandi eign á tíma t

Til þess að finna virðið í dag þarf að finna núvirðið á ($F_t - K$) með því að deila með (1+R*T). Virði skortstöðu er þá samsvarandi:

$$V_t = \frac{(K - F_t)}{(1 + R * (T - t))}$$

Dæmi: Skoðum framvirkan samning á hlutabréf í Íslandsbanka til þriggja mánaða. S = 5,30. T = 0,25 og R = 5% á ársgrundvelli. K = 5,30(1+0,25*0,05) = 5,37. Að tveimur mánuðum liðnum er gengið 5,50 og vextir eru óbreyttir. Reiknum nú nýtt framvirkt verð og virði samningsins eftir tvo mánuði:

$$F_{2\ mán} = 5{,}50\left(1 + 0{,}05\left(\frac{1}{12}\right)\right) = 5{,}52 \text{ kr. fyrir hvern hlut}$$

$$V_{2\ mán} = \left(\frac{5{,}52 - 5{,}37}{1 + 0{,}05\left(\frac{1}{12}\right)}\right) = 0{,}15 \text{ kr. fyrir hvern hlut}$$

Ef höfuðstóllinn í samningnum er 100.000.000 kr. er hagnaðurinn fyrir kaupanda samningsins 15.000.000 kr.

Black-Scholes formúlan

Árið 1973 birtu Fischer Black og Myron Scholes grein sem olli byltingu í verðlagningu á afleiðum. Í greininni var sett fram hin svokallaða Black-Scholes formúla til þess að reikna út verð (C) á evrópskum kauprétti á hlutabréfum.

Black-Scholes formúlan fyrir kauprétt á hlutabréf sem greiða samfelldan arð (q) er:

$$C(S, K, \sigma, r, T, q) = Se^{-qT} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$$

þar sem

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - q + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

S = núverandi verð á hlutabréfi í dag, K = samningsverð, σ = flökt á hlutabréfinu, r = samfelldir áhættulausir vextir á ársgrundvelli, T = tími til gjalddaga, q = samfelldur arður á ársgrundvelli, N(x) = líkurnar á að tala sem valin er að handahófi úr normaldreifingu með meðaltal 0 og staðalfrávik einn sé minni en x.

Dæmi um notkun: Hugsum okkur verð á þriggja mánaða kauprétti í Íslandsbanka hf. þar sem núverandi gengi er 5,3, samningsgengið 5,4 og áhættulausir vextir til þriggja mánaða eru 5%. Flökt á hlutabréfunum er 15% á ársgrundvelli. Gefum okkur að Íslandsbanki greiði ekki arð á næstu 3 mánuðum og setjum því q = 0.

Black-Scholes verðið á kaupréttinum er því:

$$C = 5{,}3 \times e^{-0\times 0,25} \times N\left(\frac{\ln(\frac{5,3}{5,4}) + (0{,}05 - 0 + \frac{0{,}15^2}{2}) \times 0{,}25}{0{,}15 \times \sqrt{0{,}25}}\right) -$$

$$5{,}4 \times e^{-0,05\times 0,25} \times N \left(\frac{\ln(\frac{5,3}{5,4}) + (0{,}05 - 0 - \frac{0{,}15^2}{2}) \times 0{,}25}{0{,}15 \times \sqrt{0{,}25}}\right) = 0{,}143 \text{ kr. fyrir hvern hlut}$$

Black-Scholes formúlan fyrir evrópskan sölurétt á hluta sem greiða samfelldan arð q er:

$$P(S, K, \sigma, r, T, q) = Ke^{-rT} N(-d_2) - Se^{-qT} N(-d_1)$$

þar sem breyturnar d_1 og d_2 eru reiknaðar á sama hátt og áður.

Ýmsir tölfræðilegir útreikningar

Við mat á áhættu verðbréfa er nauðsynlegt að beita ýmsum aðferðum tölfræðinnar. Hér fyrir aftan eru sýnd og skýrð þau verkfæri tölfræðinnar sem mestu máli skipta við útreikning á áhættu.

Einfalt meðaltal

(e. mean value)

Einfalt meðaltal er gjarnan notað við að lýsa einhverjum hópi þar sem einstakar stærðir eða mælingar eru ekki jafnar. Aðrar aðferðir við útreikning meðaltals eru til svo sem einfalt hlaupandi meðaltal og vegið meðaltal.

$$\textbf{\textit{Meðaltal}} = \mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\boldsymbol{n}}$$

i = tilviki, n = fjöldi tilvika

Dæmi: Verðhækkun á hlutabréfum í Fyrirtækinu hf. hefur síðastliðin fimm ár verið eftirfarandi: 10%, 23%, 3%, 12% og 17%. Meðalhækkun á hlutabréfum fyrirtækisins þessi fimm ár er því 13% ((10 + 23 + 3 + 12 + 17) / 5 = 13).

Hlaupandi meðaltal

(e. moving average)

Hlaupandi meðaltöl eru eitt vinsælasta verkfærið sem notað er til að jafna út sveiflur og auðvelda að greina ákveðna leitni í gagnasafni. Þetta er sérstaklega mikilvægt þegar miklar sveiflur eru fyrir hendi innan gagnasafnsins. Hlaupandi meðaltöl eru mikið notuð við tæknigreiningu hlutabréfa og mynda grunninn að mörgum öðrum tæknivísum. Gerð verður grein fyrir tveimur útgáfum af hlaupandi meðaltali: einföldu og vegnu:

Einfalt hlaupandi meðaltal

(e. *simple moving average, SMA*)

Einfalt hlaupandi meðaltal er reiknað þannig að tekið er meðaltal stærða í hóp, yfir ákveðið tímabil. Þegar nýjar stærðir bætast við hópinn eru þær teknar inn í útreikninginn en þeim elstu sleppt o.s.frv.

Dæmi: 5 daga einfalt hlaupandi meðaltal fyrir hlutabréf í Fyrirtækinu hf. er reiknað þannig að lokagildi sl. 5 daga eru lögð saman og deilt í útkomuna með 5: (10+11+12+13+14)/5 = 12. Næsta dag bætist gildið 15 við útreikninginn og þ.a.l. fellur elsta gildið (10) út: (11+12+13+14+15)/5 =13 og svona heldur útreikningurinn áfram.

Vegið hlaupandi meðaltal
(e. *exponential moving average, EMA*)
Með vegnu hlaupandi meðaltali er lögð meiri vigt á nýjar stærðir í útreikningnum heldur en þær sem eldri eru. Með því er vegið meðaltal fljótara að bregðast við nýlegum breytingum en einfalt meðaltal. Inn í útreikninginn bætist margföldunarstuðull sem er reiknaður svo (fyrir EMA byggt á tímabilum): 2 / (1 + N), þar sem N er fjöldi tímabila (t.d. dagar).

Formúlan fyrir vegnu hlaupandi meðaltali á verði hlutabréfs er eftirfarandi:

$$EMA_{\text{í dag}} = \left(\left(\text{Verð}_{\text{í dag}} - \text{EMA}_{\text{síðasta}}\right) * Margföldunarstuðull\right) + EMA_{síðasta}$$

Dæmi: Ætlunin er að reikna 10 daga vegið meðaltal í hlutabréfinu Fyrirtækið hf. Verðið í dag er 10 og 10 daga einfalt hlaupandi meðaltal á verði hlutabréfsins er 9. Margföldunarstuðullinn fyrir útreikninginn er reiknaður svo: 2 / (1 + 10) = 0,1818.

Þar sem ekki er til neinn útreikningur fyrir upphafsgildið á EMA (á 10. degi) er einfalt hlaupandi meðaltal notað og vegið meðaltal reiknað út frá því eftir það. Vegið meðaltal á 11. degi (1. dagur útreiknings) er reiknað svo: ((10 – 9) * 0,1818) + 9 = 9,1818.

Næsta dag er EMA reiknað svo (m.v. að verðið sé komið í 10,5):
((10,5 – 9,1818) * 0,1818) + 9,1818 = 9,42014, og svona heldur útreikningurinn áfram.

Staðalfrávik
(e. *standard deviation*)

Staðalfrávik er mælikvarði á dreifingu stærða í kringum meðaltal þeirra. Staðalfrávik er heppilegur mælikvarði á áhættu verðbréfa, þ.e. hversu breytileg ávöxtun þeirra er umhverfis meðaltal ávöxtunarinnar.

$$\textbf{\textit{Staðalfrávik}} = \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}}$$

i = *tilviki*, μ = *meðaltal gilda*, n = *fjöldi gilda*

Hátt staðalfrávik gefur til kynna mikla áhættu verðbréfa því ávöxtun þeirra dreifist hlutfallslega langt frá meðaltalinu. Lágt staðalfrávik er hins vegar til merkis um að ávöxtun viðkomandi verðbréfs liggi jafnan nærri meðalávöxtuninni. Þegar um er að ræða normaldreifingu á safni stærða gildir sú regla að um 68% mælinga eru innan við eitt staðalfrávik sitt hvorum megin við meðaltal þeirra. Um 95% mælinganna eru innan við tvö staðalfrávik beggja megin við meðaltalið og 99,7% mælinganna eru innan þriggja staðalfrávika. Reynslan sýnir að flest söfn stærða sem tengjast ávöxtun verðbréfa eru nokkuð vel normaldreifð.

Ár	Hækkun x	Meðaltal μ	(x–μ)^2
1	10	13	9
2	23	13	100
3	3	13	100
4	12	13	1
5	17	13	16
Samtals			**226**
			Allar tölur í prósentum

Dæmi: Skoðum betur hækkun á gengi hlutabréfa í Fyrirtækinu hf. síðustu fimm ár og reiknum nú einnig staðalfrávik árlegrar hækkunar.

Staðalfrávikið er því 6,7% $\left(\sqrt{\frac{226}{5}} = 6{,}7\right)$

Fervik

(e. *variance*)

Stundum er fervik notað til þess að segja til um hversu mikið safn sveiflast um meðalgildi sitt. Eins og sjá má er fervik reiknað með sama hætti og staðalfrávik og eru hugtökin náskyld.

$$\textbf{\textit{Fervik}} = \sigma^2$$

σ = *staðalfrávik*

Samvik

(e. *covariance*)

Þegar skoðað er hvernig tvær stærðir hreyfast gagnvart hvor annarri er oftast reiknað og notað samvik þeirra.

$$\textbf{\textit{Samvik}}\ (x,y) = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_\mu)(y_i - y_\mu)\right]$$

n = fjöldi tilvika, x_i = tilvik i hjá stærð x, y_i = tilvik i hjá stærð y, x_μ = meðalgildi x, y_μ = meðalgildi y

Dæmi: Hér á undan var skoðuð árleg hækkun hlutabréfa í Fyrirtækinu hf. Reiknað var meðaltal hækkunarinnar ásamt staðalfráviki. En lítum nú jafnframt á hlutabréf í Kompaníinu hf. og skoðum árlega hækkun þeirra. Með því að reikna samvik hækkunar hlutabréfa í Fyrirtækinu hf. og Kompaníinu hf. fæst góður mælikvarði á það hvernig þau hreyfast saman.

	Hækkun				
Ár	Fyritækið x	Kompaníið y	(x–μ)	(y–μ)	(x–μ) * (y–μ)
1	10	15	-3	6	-18
2	23	7	10	-2	-20
3	3	2	-10	-7	70
4	12	9	-1	0	0
5	17	12	4	3	12
μ	**13**	**9**			
σ	**6,7**	**4,4**			
Samtals					**44**
					Allar tölur í prósentum

Samvikið er því 11% (44/(5–1) = 11).

Fylgnistuðull

(e. *correlation coefficient*)

Stærð sem er nátengd samvikinu er hinn svokallaði fylgnistuðull. Hann lýsir með enn samræmdari hætti en samvikið hversu vel, eða illa, tvær stærðir hreyfast saman.

$$\text{Fylgnistuðull (x,y)} = \frac{\text{Samvik (x,y)}}{\sigma_x * \sigma_y}$$

σ_x = *staðalfrávik x*, σ_y = *staðalfrávik y*

Dæmi: Í dæminu hér á undan kom í ljós að samvik hækkunar hlutabréfa í Fyrirtækinu hf. og Kompaníinu hf. var 11%. Þar var jafnframt reiknað staðalfrávik hækkunar beggja fyrirtækja. Að fengnum þessum upplýsingum er auðvelt að reikna fylgnistuðulinn sem er þá 0,37 (11 / (6,7 * 4,4) = 0,37).

Á meðan samvikið milli tveggja stærða getur verið hvaða tala sem er (minni en, stærri en eða jöfn núlli), þá liggur fylgnistuðullinn ávallt á bilinu [−1, 1]. Eins og sjá má af útreikningi á fylgnistuðlinum hafa hann og samvikið ætíð sama formerki. Ef samvikið er stærra en núll, segjum við að stærðirnar x og y séu jákvætt fylgnar (eða bara fylgnar), en neikvætt fylgnar (mótfylgnar) sé samvikið minna en núll. Ef fylgnistuðullinn er einn (1) er sagt að stærðirnar x og y hafi fullkomna fylgni. Ef hann er mínus einn (−1) hafa þær fullkomna mótfylgni og ef fylgnistuðullinn er núll er sagt að breyturnar séu ófylgnar.

Betagildi

(e. *beta, ß*)

Við túlkun á áhættu tiltekinna verðbréfa er á fjármálamarkaði oft notast við betagildið. Þannig er leitast við að finna hvernig þetta tiltekna verðbréf hegðar sér gagnvart markaðnum í heild sinni. Betagildið er í sjálfu sér ekkert annað en samvik ávöxtunar einstakra verðbréfa við ávöxtun markaðarins (oftast valinnar vísitölu), mælt í einingum af ferviki markaðarins.

$$\textbf{\textit{Betagildið}} = \beta = \frac{\textbf{\textit{Samvik (x,m)}}}{\sigma_m^2}$$

x = tiltekið verðbréf, *m = markaðurinn í heild,* σ_m = *staðalfrávik markaðarins*

Betagildið segir t.d. til um það hve mikil áhætta er tengd hlutabréfum tiltekins félags í samanburði við breytingar á hlutabréfamarkaðnum. Ef betagildið er 0,5 þá er einungis sem nemur helmingi af áhættu markaðsins fólgin í hlutabréfum félagsins. Ef betagildið er 1,0 þá breytist ávöxtun hlutabréfa félagsins að fullu í takt við breytingar á markaðnum og ef betagildið er 2,0 þá fela hlutabréf félagsins í sér tvisvar sinnum meiri áhættu en sem nemur áhættu markaðsins.

Útreikningur á skilvirkum framlínusöfnum

Til að finna samsetningu skilvirku safnanna á framlínu verðbréfasafns er nauðsynlegt að fylgja eftirfarandi ferli fyrir öll verðbréfin í safninu:

1. Reikna meðaltal ávöxtunar.
2. Finna samvik allra verðbréfanna hvert við annað.

3. Setja saman fylki með samviki allra verðbréfanna.
4. Setja upp útreikning á staðalfráviki verðbréfasafns.
5. Reikna ávöxtun verðbréfasafns.
6. Nota ólínulega bestun á heppilegustu samsetningu verðbréfanna þar sem staðalfrávik safnsins er lágmarkað við hvert gefið stig ávöxtunar.

Staðalfrávik verðbréfasafns
Staðalfrávik verðbréfasafns er reiknað með eftirfarandi hætti:

$$\sigma_s = \sqrt{\begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cov_{11} & cov_{21} & \cdots & cov_{n1} \\ cov_{12} & cov_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ cov_{1n} & \cdots & \cdots & cov_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix}}$$

p_i = hlutfall fjárfest í verðbréfi i, $cov(x,y)$ = samvik verðbréfa x og y

Ávöxtun verðbréfasafns (e. *portfolio return*)
Til að reikna ávöxtun verðbréfasafns er hlutfallsleg fjárfesting í hverri tegund verðbréfs margfölduð með ávöxtun þess. Niðurstaða allra þátta er loks lögð saman. Ávöxtuninni má lýsa með neðangreindum hætti.

$$\mu_s = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

p_i = hlutfall fjárfest í verðbréfi i, μ_i = ávöxtun verðbréfs i (oftast meðalávöxtun)

Dæmi: Til að finna samsetningu skilvirku safnanna á framlínunni þarf að leysa útreikninga með ólínulegri bestun. Uppsetning vandamálsins gæti t.d. litið svona út:

Min σ_s
þar sem,
μ_s = tiltekin ávöxtun verðbréfasafnsins
$p_1, p_2, \ldots, p_n \geq 0$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

Bestunin skilar öllum hlutföllunum p_i, þ.e. hvernig skilvirka verðbréfasafnið er samsett. Þannig fæst einn punktur á framlínunni sem samsvarar ávöxtuninni μ_s. Með því að reikna fyrir öll hugsanleg tilfelli μ_s fást allir punktar framlínunnar, þ.e. öll skilvirk verðbréfasöfn.

Vaxtatöflur

Tafla 1 – Núvirði

$$Núvirði = \left(\frac{h}{(1+v)^t}\right)$$

Tími	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091
2	0,9803	0,9612	0,9426	0,9246	0,907	0,89	0,8734	0,8573	0,8417	0,8264
3	0,9706	0,9423	0,9151	0,889	0,8638	0,8396	0,8163	0,7938	0,7722	0,7513
4	0,961	0,9238	0,8885	0,8548	0,8227	0,7921	0,7629	0,735	0,7084	0,683
5	0,9515	0,9057	0,8626	0,8219	0,7835	0,7473	0,713	0,6806	0,6499	0,6209
6	0,942	0,888	0,8375	0,7903	0,7462	0,705	0,6663	0,6302	0,5963	0,5645
7	0,9327	0,8706	0,8131	0,7599	0,7107	0,6651	0,6227	0,5835	0,547	0,5132
8	0,9235	0,8535	0,7894	0,7307	0,6768	0,6274	0,582	0,5403	0,5019	0,4665
9	0,9143	0,8368	0,7664	0,7026	0,6446	0,5919	0,5439	0,5002	0,4604	0,4241
10	0,9053	0,8203	0,7441	0,6756	0,6139	0,5584	0,5083	0,4632	0,4224	0,3855
11	0,8963	0,8043	0,7224	0,6496	0,5847	0,5268	0,4751	0,4289	0,3875	0,3505
12	0,8874	0,7885	0,7014	0,6246	0,5568	0,497	0,444	0,3971	0,3555	0,3186
13	0,8787	0,773	0,681	0,6006	0,5303	0,4688	0,415	0,3677	0,3262	0,2897
14	0,87	0,7579	0,6611	0,5775	0,5051	0,4423	0,3878	0,3405	0,2992	0,2633
15	0,8613	0,743	0,6419	0,5553	0,481	0,4173	0,3624	0,3152	0,2745	0,2394
16	0,8528	0,7284	0,6232	0,5339	0,4581	0,3936	0,3387	0,2919	0,2519	0,2176
17	0,8444	0,7142	0,605	0,5134	0,4363	0,3714	0,3166	0,2703	0,2311	0,1978
18	0,836	0,7002	0,5874	0,4936	0,4155	0,3503	0,2959	0,2502	0,212	0,1799
19	0,8277	0,6864	0,5703	0,4746	0,3957	0,3305	0,2765	0,2317	0,1945	0,1635
20	0,8195	0,673	0,5537	0,4564	0,3769	0,3118	0,2584	0,2145	0,1784	0,1486
25	0,7798	0,6095	0,4776	0,3751	0,2953	0,233	0,1842	0,146	0,116	0,0923
30	0,7419	0,5521	0,412	0,3083	0,2314	0,1741	0,1314	0,0994	0,0754	0,0573
35	0,7059	0,5	0,3554	0,2534	0,1813	0,1301	0,0937	0,0676	0,049	0,0356
40	0,6717	0,4529	0,3066	0,2083	0,142	0,0972	0,0668	0,046	0,0318	0,0221
45	0,6391	0,4102	0,2644	0,1712	0,1113	0,0727	0,0476	0,0313	0,0207	0,0137
50	0,608	0,3715	0,2281	0,1407	0,0872	0,0543	0,0339	0,0213	0,0134	0,0085
55	0,5785	0,3365	0,1968	0,1157	0,0683	0,0406	0,0242	0,0145	0,0087	0,0053

Dæmi um notkun: Töfluna má nota til að reikna núvirði fjárfestingar miðað við mismunandi vexti og tímabil. Núvirði segir til um hvað þarf að leggja fyrir í dag til að fá tiltekna greiðslu í framtíðinni. Ef reiknað er með 5% vöxtum þá er núvirði 1.000 kr. sem fást greiddar eftir eitt ár 952,4 kr. (1.000/0,9524), eftir tvö ár 907 kr. (1.000/0,907) o.s.frv.

Tafla 2 – Núvirði greiðsluraðar

$$\text{Núvirði greiðsluraðar} = a * \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v(1+v)^t} \right)$$

Fjöldi tímabila	**1%**	**2%**	**3%**	**4%**	**5%**	**6%**	**7%**	**8%**	**9%**	**10%**
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091
2	1,9704	1,9416	1,9135	1,8861	1,8594	1,8334	1,808	1,7833	1,7591	1,7355
3	2,941	2,8839	2,8286	2,7751	2,7232	2,673	2,6243	2,5771	2,5313	2,4869
4	3,902	3,8077	3,7171	3,6299	3,546	3,4651	3,3872	3,3121	3,2397	3,1699
5	4,8534	4,7135	4,5797	4,4518	4,3295	4,2124	4,1002	3,9927	3,8897	3,7908
6	5,7955	5,6014	5,4172	5,2421	5,0757	4,9173	4,7665	4,6229	4,4859	4,3553
7	6,7282	6,472	6,2303	6,0021	5,7864	5,5824	5,3893	5,2064	5,033	4,8684
8	7,6517	7,3255	7,0197	6,7327	6,4632	6,2098	5,9713	5,7466	5,5348	5,3349
9	8,566	8,1622	7,7861	7,4353	7,1078	6,8017	6,5152	6,2469	5,9952	5,759
10	9,4713	8,9826	8,5302	8,1109	7,7217	7,3601	7,0236	6,7101	6,4177	6,1446
11	10,3676	9,7868	9,2526	8,7605	8,3064	7,8869	7,4987	7,139	6,8052	6,4951
12	11,2551	10,5753	9,954	9,3851	8,8633	8,3838	7,9427	7,5361	7,1607	6,8137
13	12,1337	11,3484	10,635	9,9856	9,3936	8,8527	8,3577	7,9038	7,4869	7,1034
14	13,0037	12,1062	11,2961	10,5631	9,8986	9,295	8,7455	8,2442	7,7862	7,3667
15	13,8651	12,8493	11,9379	11,1184	10,3797	9,7122	9,1079	8,5595	8,0607	7,6061
16	14,7179	13,5777	12,5611	11,6523	10,8378	10,1059	9,4466	8,8514	8,3126	7,8237
17	15,5623	14,2919	13,1661	12,1657	11,2741	10,4773	9,7632	9,1216	8,5436	8,0216
18	16,3983	14,992	13,7535	12,6593	11,6896	10,8276	10,0591	9,3719	8,7556	8,2014
19	17,226	15,6785	14,3238	13,1339	12,0853	11,1581	10,3356	9,6036	8,9501	8,3649
20	18,0456	16,3514	14,8775	13,5903	12,4622	11,4699	10,594	9,8181	9,1285	8,5136
25	22,0232	19,5235	17,4131	15,6221	14,0939	12,7834	11,6536	10,6748	9,8226	9,077
30	25,8077	22,3965	19,6004	17,292	15,3725	13,7648	12,409	11,2578	10,2737	9,4269
35	29,4086	24,9986	21,4872	18,6646	16,3742	14,4982	12,9477	11,6546	10,5668	9,6442
40	32,8347	27,3555	23,1148	19,7928	17,1591	15,0463	13,3317	11,9246	10,7574	9,7791
45	36,0945	29,4902	24,5187	20,72	17,7741	15,4558	13,6055	12,1084	10,8812	9,8628
50	39,1961	31,4236	25,7298	21,4822	18,2559	15,7619	13,8007	12,2335	10,9617	9,9148
55	42,1472	33,1748	26,7744	22,1086	18,6335	15,9905	13,9399	12,3186	11,014	9,9471

Dæmi um notkun: Töfluna má nota til að reikna núvirði greiðsluraðar í framtíðinni. Með greiðsluröð er átt við jafnar greiðslur yfir ákveðið tímabil í framtíðinni. Ef aðili reiknar með að fá greiddar 1.000 kr. árlega í 10 ár er núvirði greiðslnanna 7.722 kr. (1.000*7,7217) miðað við 5% vexti.

Tafla 3 – Framtíðarvirði

$$\mathit{Framtíðarvirði} = h * (1+v)^t$$

Tími	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,1
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,21
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,191	1,225	1,2597	1,295	1,331
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,051	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,828	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,999	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,219	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,601	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,161	1,3459	1,558	1,8009	2,0789	2,3966	2,759	3,1722	3,6425	4,1772
16	1,1726	1,3728	1,6047	1,873	2,1829	2,5404	2,9522	3,4259	3,9703	4,595
17	1,1843	1,4002	1,6528	1,9479	2,292	2,6928	3,1588	3,7	4,3276	5,0545
18	1,1961	1,4282	1,7024	2,0258	2,4066	2,8543	3,3799	3,996	4,7171	5,5599
19	1,2081	1,4568	1,7535	2,1068	2,527	3,0256	3,6165	4,3157	5,1417	6,1159
20	1,2202	1,4859	1,8061	2,1911	2,6533	3,2071	3,8697	4,661	5,6044	6,7275
25	1,2824	1,6406	2,0938	2,6658	3,3864	4,2919	5,4274	6,8485	8,6231	10,835
30	1,3478	1,8114	2,4273	3,2434	4,3219	5,7435	7,6123	10,063	13,268	17,449
40	1,4889	2,208	3,262	4,801	7,04	10,286	14,974	21,725	31,409	45,259
50	1,6446	2,6916	4,3839	7,1067	11,467	18,42	29,457	46,902	74,358	117,39
60	1,8167	3,281	5,8916	10,52	18,679	32,988	57,946	101,26	176,03	304,48

Dæmi um notkun: Töfluna má nota til að reikna framtíðarvirði fjárfestingar miðað við mismunandi vexti og tímabil. Með framtíðarvirði er átt við verðmæti fjárfestingar í framtíðinni sem lögð er fyrir í dag. Ef 1.000 kr. eru lagðar fyrir í dag er framtíðarvirði þeirra eftir 1 ár 1.020 kr. (1.000 * 1,05) og 1.102,5 kr. (1.000 * 1,1025) eftir 2 ár miðað við 5% vexti.

Tafla 4 – Framtíðarvirði greiðsluraðar

$$\text{Framtíðarvirði greiðsluraðar} = a * \left(\frac{(1+v)^t - 1}{v} \right)$$

Fjöldi tímabila	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05	2,06	2,07	2,08	2,09	2,1
3	3,0301	3,0604	3,0909	3,1216	3,1525	3,1836	3,2149	3,2464	3,2781	3,31
4	4,0604	4,1216	4,1836	4,2465	4,3101	4,3746	4,4399	4,5061	4,5731	4,641
5	5,101	5,204	5,3091	5,4163	5,5256	5,6371	5,7507	5,8666	5,9847	6,1051
6	6,152	6,3081	6,4684	6,633	6,8019	6,9753	7,1533	7,3359	7,5233	7,7156
7	7,2135	7,4343	7,6625	7,8983	8,142	8,3938	8,654	8,9228	9,2004	9,4872
8	8,2857	8,583	8,8923	9,2142	9,5491	9,8975	10,26	10,637	11,028	11,436
9	9,3685	9,7546	10,159	10,583	11,027	11,491	11,978	12,488	13,021	13,579
10	10,462	10,95	11,464	12,006	12,578	13,181	13,816	14,487	15,193	15,937
11	11,567	12,169	12,808	13,486	14,207	14,972	15,784	16,645	17,56	18,531
12	12,683	13,412	14,192	15,026	15,917	16,87	17,888	18,977	20,141	21,384
13	13,809	14,68	15,618	16,627	17,713	18,882	20,141	21,495	22,953	24,523
14	14,947	15,974	17,086	18,292	19,599	21,015	22,55	24,215	26,019	27,975
15	16,097	17,293	18,599	20,024	21,579	23,276	25,129	27,152	29,361	31,772
16	17,258	18,639	20,157	21,825	23,657	25,673	27,888	30,324	33,003	35,95
17	18,43	20,012	21,762	23,698	25,84	28,213	30,84	33,75	36,974	40,545
18	19,615	21,412	23,414	25,645	28,132	30,906	33,999	37,45	41,301	45,599
19	20,811	22,841	25,117	27,671	30,539	33,76	37,379	41,446	46,018	51,159
20	22,019	24,297	26,87	29,778	33,066	36,786	40,995	45,762	51,16	57,275
25	28,243	32,03	36,459	41,646	47,727	54,865	63,249	73,106	84,701	98,347
30	34,785	40,568	47,575	56,085	66,439	79,058	94,461	113,28	136,31	164,49
40	48,886	60,402	75,401	95,026	120,8	154,76	199,64	259,06	337,88	442,59
50	64,463	84,579	112,8	152,67	209,35	290,34	406,53	573,77	815,08	1163,9
60	81,67	114,05	163,05	237,99	353,58	533,13	813,52	1253,2	1944,8	3034,8

Dæmi um notkun: Töfluna má nota til að reikna framtíðarvirði greiðsluraðar miðað við mismunandi vexti og tímabil. Með greiðsluröð er átt við jafnar greiðslur yfir ákveðið tímabil í framtíðinni. Ef aðili reiknar með að fá greiddar 1.000 kr. árlega í 10 ár er framtíðarvirði greiðslnanna eftir 10 ár 12.578 kr. (1.000*12,578) miðað við 5% vexti.

Tafla 5 – Reglulegur sparnaður – framreiknistuðlar

Vöxtur í 1–30 ár m.v. mánaðarlegan sparnað (mism. vextir 4-8%)

Fjöldi ára	4%	5%	6%	7%	8%
1	12,22	12,28	12,34	12,39	12,45
2	24,94	25,19	25,43	25,68	25,93
3	38,18	38,75	39,34	39,93	40,54
4	51,96	53,01	54,10	55,21	56,35
5	66,30	68,01	69,77	71,59	73,48
6	81,22	83,76	86,41	89,16	92,03
7	96,75	100,33	104,07	108,00	112,11
8	112,92	117,74	122,83	128,20	133,87
9	129,74	136,04	142,74	149,86	157,43
10	147,25	155,28	163,88	173,08	182,95
11	165,47	175,51	186,32	197,99	210,58
12	184,44	196,76	210,15	224,69	240,51
13	204,17	219,11	235,45	253,33	272,92
14	224,71	242,60	262,30	284,04	308,02
15	246,09	267,29	290,82	316,96	346,04
16	268,34	293,24	321,09	352,27	387,21
17	291,49	320,52	353,23	390,13	431,80
18	315,59	349,20	387,35	430,72	480,09
19	340,67	379,35	423,58	474,25	532,38
20	366,77	411,03	462,04	520,93	589,02
21	393,94	444,34	502,87	570,98	650,36
22	422,21	479,35	546,23	624,65	716,79
23	451,64	516,16	592,25	682,19	788,73
24	482,26	554,84	641,12	743,90	866,65
25	514,13	595,51	692,99	810,07	951,03
26	547,30	638,26	748,07	881,02	1042,41
27	581,82	683,19	806,55	957,11	1141,38
28	617,75	730,42	868,63	1038,69	1248,56
29	655,14	780,07	934,54	1126,17	1364,64
30	694,05	832,26	1004,52	1219,97	1490,36

Dæmi um notkun: Taflan sýnir stuðla sem hægt er að nota til að finna hver mánaðarlegur sparnaður þarf að vera til að safna tiltekinni fjárhæð eftir ákveðinn árafjölda. Ef þú vilt t.d. eignast 2 m.kr. eftir 5 ár þarf að leggja fyrir u.þ.b. 29.500 kr. á mánuði ef vextir eru 5% (2.000.000 / 68,01).

Stuðlana má einnig nota til að reikna út hver sparnaður verður í lok sparnaðartímabils, ef lögð er fyrir föst fjárhæð á mánuði. Ef við miðum við að lagðar séu fyrir 10.000 kr. mánaðarlega í 10 ár og vextir eru 5% þá verður fjárhæðin í lok tímabilsins orðin 1.552.800 kr. (10.000 * 155,28).

Tafla 6 – Hvað þarf að eiga mikið til að fá 100.000 kr. á mánuði í X ár m.v. mismunandi forsendur um vexti á ári?

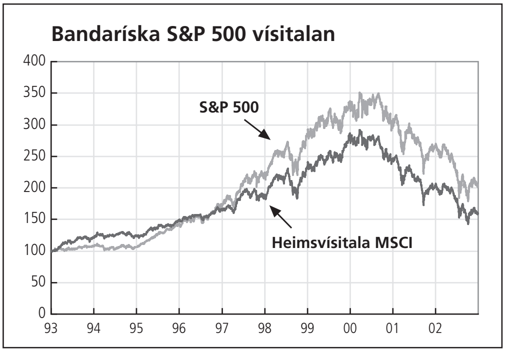
Allar tölur eru í þús. kr.

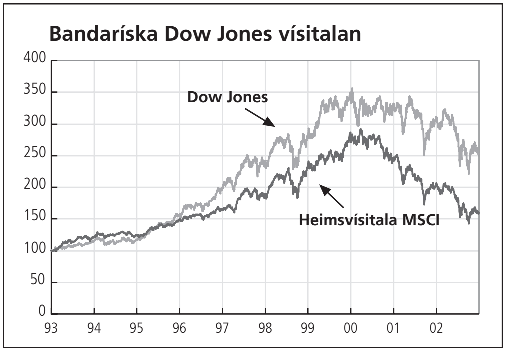
Fjöldi tímabila	**4%**	**5%**	**6%**	**7%**
5	5.439	5.313	5.192	5.076
6	6.405	6.229	6.061	5.901
7	7.334	7.101	6.881	6.672
8	8.226	7.932	7.655	7.393
9	9.085	8.732	8.384	8.066
10	9.910	9.477	9.072	8.695
11	10.704	10.194	9.722	9.284
12	11.467	10.877	10.334	9.833
13	12.201	11.528	10.912	10.347
14	12.906	12.148	11.457	10.827
15	13.585	12.739	11.972	11.276
16	14.237	13.301	12.457	11.695
17	14.865	13.836	12.915	12.087
18	15.468	14.346	13.347	12.453
19	16.048	14.832	13.754	12.796
20	16.605	15.294	14.138	13.116
21	17.141	15.735	14.501	12.415
22	17.657	16.154	14.843	13.694
23	18.153	16.554	15.166	13.955
24	18.629	16.934	15.470	14.199
25	19.088	17.297	15.757	14.427

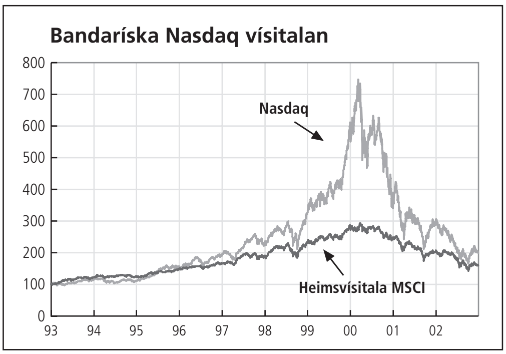
Dæmi um notkun: Töfluna er hægt að nota til að reikna út hversu há fjárhæð þarf að vera til staðar, til að hægt sé að fá 100.000 kr. á mánuði í tiltekinn árafjölda, að gefnum ákveðnum forsendum um vexti. Ef stefnt er að því að fá 100.000 kr. á mánuði í 15 ár og vextir eru 6%, þá þarf að eiga 11.972.000 kr. í upphafi tímabilsins.

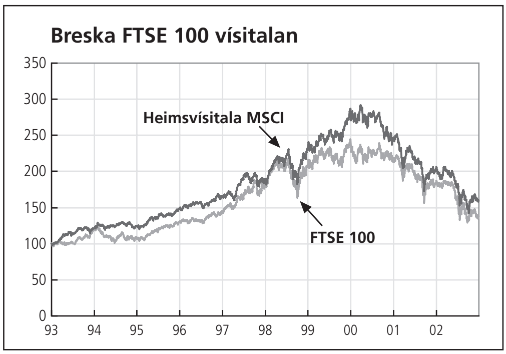
Hlutabréfa- og skuldabréfavísitölur

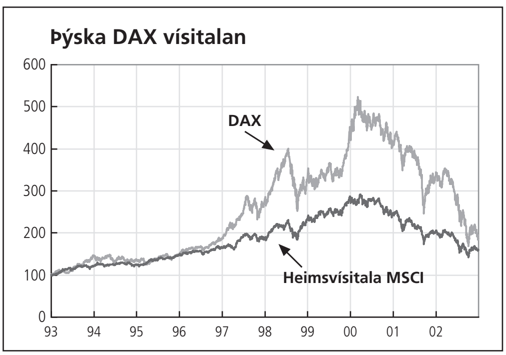
Myndirnar sýna þróun nokkurra hlutabréfavísitalna samanborið við heimsvísitölu hlutabréfa (MSCI). Sama tímabil er á öllum myndunum, frá 1993 til ársloka 2002. Hlutabréfavísitölur eru skalaðar svo þær taka gildið 100 í ársbyrjun 1993 og má því bera saman þróun þeirra frá þeim tíma. Einnig er sýnd þróun safnvísitölu ríkisvíxla og húsbréfa fram á mitt ár 2003.

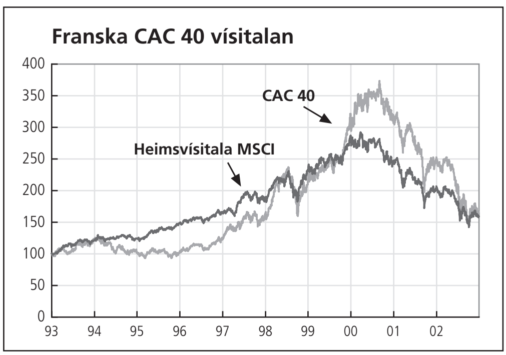




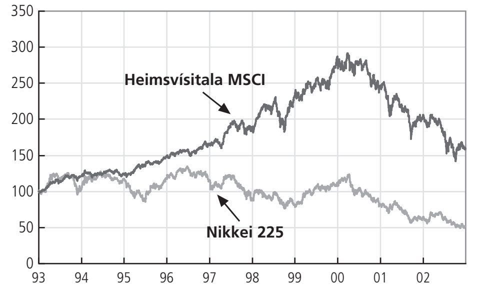




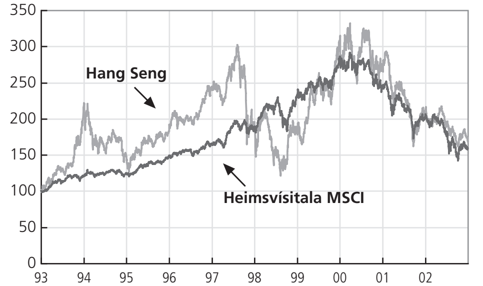




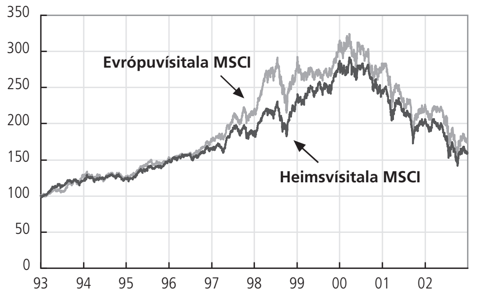
Japanska Nikkei 225 vísitalan



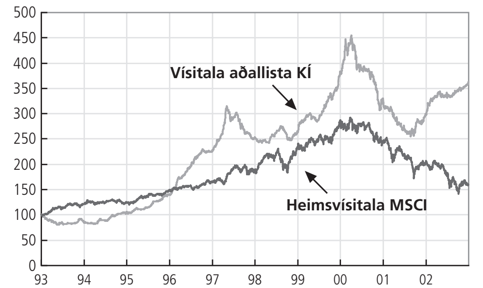
Hang Seng vísitalan í Hong Kong



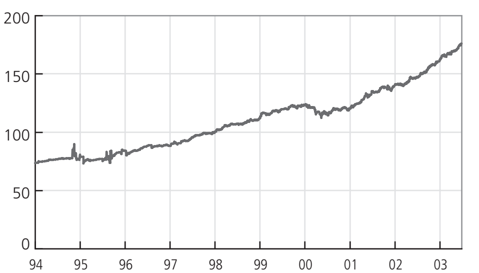
Evrópuvísitala MSCI



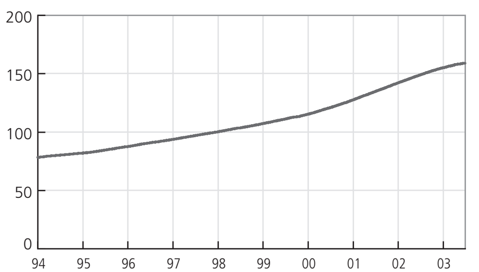
Vísitala aðallista Kauphallar Íslands



Safnvísitala húsbréfa (BH 9,6)
1994 fram á mitt ár 2003



Safnvísitala þriggja mánaða ríkisvíxla
1994 fram á mitt ár 2003



Nokkrar áhugaverðar fjármálavefsíður

Innlent:

Íslandsbanki – www.isb.is
Landsbanki Íslands – www.landsbanki.is
Kaupþing Búnaðarbanki – www.kaupthing.is og www.bi.is
Kauphöll Íslands: allar helstu upplýsingar um íslenska verðbréfamarkaðinn – www.icex.is
Verðbréfaskráning Íslands: upplýsingavefur um rafræna skráningu verðbréfa – www.vbsi.is
Viðskiptavefur Morgunblaðsins – www.mbl.is/vidskipti
Hagstofa Íslands: ýmsar tölfræðilegar upplýsingar um Ísland – www.hagstofa.is
Seðlabanki Íslands: ýmislegt fróðlegt um bankann og peningamál – www.sedlabanki.is
Alþingi Íslands: upplýsingar um þingstörf Alþingis og fleira – www.althingi.is
Ríkisskattstjóri: ýmsar upplýsingar um skattamál og margt fleira – www.rsk.is
Tryggingastofnun ríkisins: upplýsingar um lög og reglur, ásamt fleiru – www.tr.is
Lánasýsla ríkisins – www.lanasysla.is
Fjármálaeftirlitið – www.fme.is

Erlent:

Bandaríkin

Smartmoney: inniheldur flest það sem viðkemur verðbréfum – www.smartmoney.com
StockCharts: frábær vefur með áherslu á línurit af fjármálamarkaði – www.stockcharts.com
Bigcharts: aðaláhersla lögð á línurit af fjármálamarkaði – www.bigcharts.com
CNN fn: fjármálavefur CNN fréttastofunnar – www.cnnfn.com
Bloomberg: upplýsingaveita um fjármál – www.bloomberg.com
Morningstar: upplýsingar um fjárfestingakosti um allan heim – www.morningstar.com
MSN Money: sameiginlegur fjármálavefur CNBC og Microsoft– www.moneycentral.msn.com
Vanguard: heimasíða The Vanguard Group eignastýringarfyrirtækisins – www.vanguard.com
Fool: mikill fróðleikur fyrir byrjendur og lengra komna um verðbréf – www.fool.com
AMEX: yfirlit yfir bandaríska markaðinn – www.amex.com
IPO: upplýsingar um frumútboð í Bandaríkjunum – www.ipo.com
NYSE: kauphöllin í New York – www.nyse.com
RiskGrades: áhættumat verðbréfa og samanburður – www.riskgrades.com
Reuters: víðtæk upplýsingaveita um fjármál og margt fleira – www.reuters.com

Evrópa

Evrópski seðlabankinn – www.ecb.int
FTSE – yfirlit yfir evrópska hlutabréfamarkaði – www.ftse.com
FESE – samband evrópskra kauphalla – www.fese.be
London Stock Exchange: verðbréfamarkaðurinn í Bretlandi – www.londonstockexchange.com
European Investor: vefur fyrir þá sem vilja fjárfesta í Evrópu – www.europeaninvestor.com

Kauphallir á norðurlöndum

Ísland – www.icex.is
Svíþjóð – www.stockholmsborsen.se
Noregur – www.oslobors.no
Danmörk – www.xcse.dk
Finnland – www.hex.com